

1.- Busca el término desconocido en las siguientes **operaciones**:

1. $327 + \dots = 1.208$

2. $\dots - 4.121 = 626$

3. $321 \cdot \dots = 32\ 100$

4. $28.035 : \dots = 623$

2.- Escribe en forma de una sola **potencia**:

1. $3^3 \cdot 3^4 \cdot 3 =$

2. $5^7 : 5^3 =$

3. $(5^3)^4 =$

4. $(5 \cdot 2 \cdot 3)^4 =$

5. $(3^4)^4 =$

6. $[(5^3)^4]^2 =$

7. $(8^2)^3 =$

8. $(9^3)^2 =$

9. $2^5 \cdot 2^4 \cdot 2 =$

10. $2^7 : 2^6 =$

11. $(2^2)^4 =$

12. $3^5 \cdot (2 \cdot 3)^4 \cdot 2^2 \cdot 3^4 =$

13. $(2^5)^4 =$

14. $(4^3)^2 =$

15. $[(2^3)^4]^0 =$

3.- Calcular la **raíz** entera y el resto de:

1. $\sqrt{2\ 64}$ (prueba con 16)

2. $\sqrt{62\ 56}$ (prueba con 79)

3. $\sqrt{7\ 26\ 75}$ (prueba con 269)

4.- Realiza las siguientes **operaciones combinadas**:

1. $27 + 3 \cdot 5 - 16 =$

2. $27 + 3 - 45 : 5 + 16 =$

3. $(2 \cdot 4 + 12) \cdot (6 - 4) =$

4. $3 \cdot 9 + (6 + 5 - 3) - 12 : 4 =$

5. $2 + 5 \cdot (2 \cdot 3)^3 =$

6. $440 - [30 + 6(19 - 12)] =$

7. $2 \cdot [4 \cdot [7 + 4(5 \cdot 3 - 9)] - 3 \cdot (40 - 8)] =$

8. $7 \cdot 3 - [6 + 2 \cdot (2^3 : 4 + 3 \cdot 2) - 7 \cdot 2] + 9 : 3 =$

5.- Dados los números 5, 7 y 9 forma todos los números posibles de tres cifras distintas, ordénalos de menor a mayor y súmalos.

6.- El cociente de una división exacta es 504, y el divisor 605. ¿Cuál es el dividendo?

7.- El cociente de una división entera es 21, el divisor 15 y el dividendo 321. ¿Cuál es el resto?

8.- Pedro compró una finca por 643.750 € y la vendió ganando 75.250 €. ¿Por cuánto lo vendió?

9.- Con el dinero que tengo y 247 € más, podría pagar una deuda de 525 € y me sobrarían 37 €. ¿Cuánto dinero tengo?

10.- Se compran 1600 Kg de boquerones, a razón de 4 €/Kg. Si los portes cuestan 400 € y se desea ganar con la venta 1200€. ¿A cuánto debe venderse el kilogramo de boquerones?

11.- ¿Cuántos años son 6.205 días? Considera el año con 365 días.

12.- Pedro quiere comprar un automóvil. En la tienda le ofrecen dos modelos: uno de dos puertas y otro de cuatro puertas. En ambos modelos los colores disponibles son: blanco, azul, rojo, gris y verde. Halla el número de posibles elecciones que tiene Pedro.

13.- En una piscina caben 45 000 litros. ¿Cuánto tiempo tarda en llenarse mediante un grifo que echa 15 litros por minuto?

14.- En un aeropuerto aterriza un avión cada 10 minutos. ¿Cuántos aviones aterrizan en un día?

15.- En una urbanización viven 4 500 personas y hay un árbol por cada 90 habitantes. ¿Cuántos árboles hay en la urbanización? ¿Cuántos árboles habrá que plantar para tener un árbol por cada 12 personas?

SOLUCIONES

Ejercicio nº 1.-

1. **Sumando.** $1.208 - 327 = 881$

3. **Factor.** $32\ 100 : 321 = 100$

2. **Minuendo.** $4.121 + 626 = 4747$

4. **Divisor.** $28\ 035 : 623 = 45$

Ejercicio nº 2.-

1. $3^3 \cdot 3^4 \cdot 3 = 3^8$

2. $5^7 : 5^3 = 5^4$

3. $(5^3)^4 = 5^{12}$

4. $(5 \cdot 2 \cdot 3)^4 = 30^4$

5. $(3^4)^4 = 3^{16}$

6. $[(5^3)^4]^2 = (5^{12})^2 = 5^{24}$

7. $(8^2)^3 = 8^6$

8. $(9^3)^2 = 9^6$

9. $2^5 \cdot 2^4 \cdot 2 = 2^{10}$

10. $2^7 : 2^6 = 2$

11. $(2^2)^4 = 2^8$

12. $3^5 \cdot (2 \cdot 3)^4 \cdot 2^2 \cdot 3^4 = 2^6 \cdot 3^5$

13. $(2^5)^4 = 2^{20}$

14. $(4^3)^2 = 4^6$

15. $[(2^3)^4]^0 = (2^{12})^0 = 2^0 = 1$

Ejercicio nº 3.-

1. $\sqrt{2\ 64}$

Raíz Entera = 16

Resto = 8

2. $\sqrt{62\ 56}$

Raíz Entera = 79

Resto = 15

3. $\sqrt{7\ 26\ 75}$

Raíz Entera = 269

Resto = 314

Ejercicio nº 4.-

1. $27 + 3 \cdot 5 - 16 = 27 + 15 - 16 = 26$

2. $27 + 3 - 45 : 5 + 16 = 27 + 3 - 9 + 16 = 37$

3. $(2 \cdot 4 + 12) (6 - 4) = (8 + 12) (2) = 20 \cdot 2 = 40$

4. $3 \cdot 9 + (6 + 5 - 3) - 12 : 4 = 27 + 8 - 3 = 32$

5. $2 + 5 \cdot (2 \cdot 3)^3 = 2 + 5 \cdot (6)^3 = 2 + 5 \cdot 216 = 2 + 1080 = 1082$

6. $440 - [30 + 6 (19 - 12)] = 440 - (30 + 6 \cdot 7) = 440 - (30 + 42) = 440 - (72) = 368$

7. $2\{4[7 + 4 (5 \cdot 3 - 9)] - 3 (40 - 8)\} = 2\{4 (7 + 4 \cdot 6) - 3 (32)\} = 2\{4 (7 + 24) - 3 (32)\} = 2\{4 (31) - 3 (32)\} = 2 (124 - 96) = 2 (28) = 56$

8. $7 \cdot 3 - [6 + 2 \cdot (2^3 : 4 + 3 \cdot 2) - 7 \cdot 2] + 9 : 3 = 21 - [6 + 2 \cdot (2 + 6) - 14] + 3 = 21 - (6 + 2 \cdot 8 - 14) + 3 = 21 - (6 + 16 - 14) + 3 = 21 - 8 + 3 = 16$

Ejercicio nº 5.-

$579 + 597 + 759 + 795 + 957 + 975 = 4662$

Ejercicio nº 6.-

$504 \cdot 605 = 304\ 920$

Ejercicio nº 7.-

$321 - 21 \cdot 15 = 321 - 315 = 6$

Ejercicio nº 8.-

$643.750 \text{ €} + 75.250 \text{ €} = 719.000 \text{ €}$

Ejercicio nº 9.-

$525 + 37 = 562$; $562 - 247 = 315 \text{ €}$

Ejercicio nº 10.-

$1600 \cdot 4 = 6400$; $6400 + 400 + 1200 = 8000$; $8000 : 1600 = 5 \text{ €}$

Ejercicio nº 11.-

$6205 : 365 = 17 \text{ años}$

Ejercicio nº 12.-

$2 \cdot 5 = 10 \text{ elecciones}$

Ejercicio nº 13.-

$45\ 000 : 15 = 3000 \text{ minutos}$

$3\ 000 : 60 = 50 \text{ horas}$

Ejercicio nº 14.-

$24 \cdot 60 = 1\ 440 \text{ minutos por día}$; $1.440 : 10 = 144 \text{ aviones al día}$

Ejercicio nº 15.-

$4.500 : 90 = 50 \text{ árboles hay en la urbanización.}$

$4.500 : 12 = 375 \text{ tendría que haber, para que a cada 12 habitantes les correspondiese un árbol. } 375 - 50 = 325 \text{ árboles.}$

1.- Calcular todos los múltiplos de 17 que hay entre 800 y 860.

2.- De los siguientes números: 179, 311, 848, 3566, 7287. Indicar cuáles son primos y cuáles compuestos.

3.- Descomponer en factores:

1.- 216

2.- 360

3.- 432

4.- 2250

5.- 3500

6.- 2520

4.- Factorizar 342 y calcular su número de divisores.

5.- Calcular el MCD y mcm de:

1.- 428 y 376

2.- 148 y 156

3.- 600 y 1 000

4.- 72, 108 y 60

5.- 1048, 786 y 3930

6.- 3120, 6200 y 1864

7.- 72 y 16

8.- 656 y 848

9.- 1278 y 842

6.- Un faro se enciende cada 12 segundos, otro cada 18 segundos y un tercero cada minuto. A las 6.30 de la tarde los tres coinciden. Averigua las veces que volverán a coincidir en los 5 minutos siguientes.

7.- Un viajero va a Barcelona cada 18 días y otro cada 24 días. Hoy han estado los dos en Barcelona. ¿Dentro de cuántos días volverán a estar los dos a la vez en Barcelona?

8.- ¿Cuál es el menor número que al dividirlo separadamente por 15, 20, 36 y 48, en cada caso, da de resto 9?

9.- En una bodega hay 3 toneles de vino, cuyas capacidades son: 250, 360, y 540 litros. Su contenido se quiere envasar en cierto número de garrafas iguales. Calcular las capacidades máximas de estas garrafas para que en ellas se pueda envasar el vino contenido en cada uno de los toneles. Calcula también el número de garrafas que se necesitan.

10.- El suelo de una habitación, que se quiere embaldosar, tiene 5 m de largo y 3 m de ancho. Calcula el lado y el número de baldosas, tal que éste sea mínimo y que no sea necesario cortar ninguna de ellas.

11.- Un comerciante desea poner en cajas 12.028 manzanas y 12.772 naranjas, de modo que cada caja contenga el mismo número de manzanas y de naranjas y, además, el mayor número posible. Hallar el número de naranjas en cada caja y el número de cajas necesarias.

12.- ¿Cuánto mide la mayor baldosa cuadrada que cabe un número exacto de veces en una sala de 8 m de longitud y 6.4 m de anchura? ¿Y cuántas baldosas se necesitan?

SOLUCIONES

Ejercicio nº 1.-

816, 833, 850

Ejercicio nº 2.-

Primos: **179 y 311**.

Compuestos: **848, 3566 y 7287**.

Ejercicio nº 3.-

216 2	360 2	432 2
108 2	180 2	216 2
54 2	90 2	108 2
27 3	45 3	54 2
9 3	15 3	27 3
3 3	5 5	9 3
1	1	3 3
216 = 2³ · 3³	360 = 2³ · 3² · 5	432 = 2⁴ · 3³
2250 2	3500 2	2520 2
1125 3	1750 2	1260 2
375 3	875 5	630 2
125 5	175 5	315 3
25 5	35 5	105 3
5 5	7 7	35 5
1	1	7 7
2250 = 2 · 3² · 5³	3500 = 2² · 5³ · 7	2520 = 2³ · 3² · 5 · 7

Ejercicio nº 4.-

$342 = 2 \cdot 3^2 \cdot 19$; N° divisores = $(1 + 1) \cdot (2 + 1) \cdot (1 + 1) = 12$ divisores

Ejercicio nº 5.-

- 1.- $428 = 2^2 \cdot 107$; $376 = 2^3 \cdot 47$; $MCD(428, 376) = 2^2 = 4$ $mcm(428, 376) = 2^3 \cdot 107 \cdot 47 = 40232$
- 2.- $148 = 2^2 \cdot 37$; $156 = 2^2 \cdot 3 \cdot 13$; $MCD(148, 156) = 2^2 = 4$; $mcm(148, 156) = 2^2 \cdot 3 \cdot 37 \cdot 13 = 5772$
- 3.- $600 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$; $1000 = 2^3 \cdot 5^3$; $MCD(600, 1000) = 2^3 \cdot 5^2 = 200$; $mcm(600, 1000) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^3 = 3000$
- 4.- $72 = 2^3 \cdot 3^2$; $108 = 2^2 \cdot 3^3$; $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$; $MCD(72, 108, 60) = 2^2 \cdot 3$; $mcm(72, 108, 60) = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 = 2160$
- 5.-

1048 2	786 2	3930 2
524 2	393 3	1965 3
262 2	131 131	655 5
131 131	1	131 131
1		1
1048 = 2³ · 131	786 = 2 · 3 · 131	3930 = 2 · 3 · 5 · 131

$MCD(1048, 786, 3930) = 2 \cdot 131 = 262$

$mcm(1048, 786, 3930) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 131 = 15720$

6.-

3120 2	6200 2	1864 2
1560 2	3100 2	932 2
780 2	1550 2	466 2
390 2	775 5	233 233
195 3	155 5	1
65 5	31 31	
13 13	1	
1		
3120 = 2⁴ · 3 · 5 · 13	6200 = 2³ · 5² · 31	1864 = 2³ · 233

$MCD(3120, 6200, 1864) = 2^3 = 8$

$mcm(3120, 6200, 1864) = 2^4 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 13 \cdot 31 \cdot 233 = 112.678.800$

7.- Utilizamos el Algoritmo de Euclides para calcular el MCD, con este método el MCD es el último divisor que da de resto 0 al dividir según el siguiente esquema. También se puede calcular mediante la descomposición factorial habitual.

$$\begin{array}{r} 72 \overline{)16} \\ 8 \quad 4 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 16 \overline{)8} \\ 0 \quad 2 \end{array}$$

$$\text{m. c. d. (72, 16)} = 8$$

$$\begin{array}{r} 848 \overline{)656} \\ 192 \quad 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 656 \overline{)192} \\ 80 \quad 3 \\ \quad 6 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 192 \overline{)80} \\ 32 \quad 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 80 \overline{)32} \\ 16 \quad 2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 32 \overline{)16} \\ 0 \quad 2 \end{array}$$

$$\text{MCD}(656, 848) = 16$$

$$\begin{array}{r} 1728 \overline{)842} \\ 44 \quad 2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 842 \overline{)44} \\ 93 \quad 19 \\ \quad 6 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 44 \overline{)6} \\ 2 \quad 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \overline{)2} \\ 0 \quad 3 \end{array}$$

$$\text{MCD}(1278, 842) = 2$$

Ejercicio nº 6.-

$$12=2^2 \cdot 3; 18=2 \cdot 3^2; 60=2^2 \cdot 3 \cdot 5;$$

$$\text{mcm}(12, 18, 60) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180; 180 : 60 = 3; \text{ Sólo a las 6.33 h.}$$

Ejercicio nº 7.-

$$18 = 2 \cdot 3^2; 24 = 2^3 \cdot 3;$$

$$\text{mcm}(18, 24) = 2^3 \cdot 3^2 = 72; \text{ Dentro de 72 días.}$$

Ejercicio nº 8.-

$$\text{mcm}(15, 20, 36, 48) = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 = 720; \quad 720 + 9 = 729$$

Ejercicio nº 9.-

$$\text{MCD}(250, 360, 540) = 10; \quad \text{Capacidad de las garrafas} = 10 \text{ litros};$$

$$\text{Número de garrafas de } T_1 = 250 / 10 = 25;$$

$$\text{Número de garrafas de } T_2 = 360 / 10 = 36;$$

$$\text{Número de garrafas de } T_3 = 540 / 10 = 54;$$

$$\text{Número de garrafas totales} = 25 + 36 + 54 = 115 \text{ garrafas.}$$

Ejercicio nº 10.-

$$3 \text{ m} = 30 \text{ dm}; 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5; \quad 5 \text{ m} = 50 \text{ dm}; 50 = 2 \cdot 5^2; \quad A = 30 \cdot 50 = 1500 \text{ dm}^2$$

$$\text{MCD}(30, 50) = 2 \cdot 5 = 10 \text{ dm de lado}; \quad A_b = 10^2 = 100 \text{ dm}^2; \quad 1500 \text{ dm}^2 : 100 \text{ dm}^2 = 15 \text{ baldosas}$$

Ejercicio nº 11.-

$$\text{MCD}(12\,028, 12\,772) = 124; 124 \text{ naranjas en cada caja};$$

$$\text{Cajas de naranjas} = 12.772 / 124 = 103;$$

$$\text{Cajas de manzanas} = 12.028 / 124 = 97;$$

$$\text{Cajas necesarias} = 103 + 97 = 200 \text{ cajas}$$

Ejercicio nº 12.-

$$8 \text{ m} = 80 \text{ dm}; 80 = 2^4 \cdot 5; \quad 6.4 \text{ m} = 64 \text{ dm}; 64 = 2^6;$$

$$\text{MCD}(80, 64) = 2^4 = 16 \text{ dm de lado}$$

$$A_b = 16^2 = 256 \text{ dm}^2; \quad A = 80 \cdot 64 = 5120 \text{ dm}^2; \quad 5120 \text{ dm}^2 : 256 \text{ dm}^2 = 20 \text{ baldosas}$$

1.- Ordena en sentido creciente, representa gráficamente, y calcula los opuestos y valores absolutos de los siguientes **números enteros**:

1.- 8, -6, -5, 3, -2, 4, -4, 0, 7

2.- -4, 6, -2, 1, -5, 0, 9

2.- Sacar factor común en las expresiones:

1.- $3 \cdot 2 + 3 \cdot (-5) =$

2.- $(-2) \cdot 12 + (-2) \cdot (-6) =$

3.- $8 \cdot 5 + 8 = 8 \cdot (5 + 1) =$

4.- $(-3) \cdot (-2) + (-3) \cdot (-5) =$

3.- Realizar las siguientes **operaciones con números enteros**

1.- $(3 - 8) + [5 - (-2)] =$

2.- $5 - [6 - 2 - (1 - 8) - 3 + 6] + 5 =$

3.- $9 : [6 : (-2)] =$

4.- $[(-2)^5 - (-3)^3]^2 =$

5.- $(5 + 3 \cdot 2 : 6 - 4) \cdot (4 : 2 - 3 + 6) : (7 - 8 : 2 - 2)^2 =$

6.- $[(17 - 15)^3 + (7 - 12)^2] : [(6 - 7) \cdot (12 - 23)] =$

7.- $(7 - 2 + 4) - (2 - 5) =$

8.- $1 - (5 - 3 + 2) - [5 - (6 - 3 + 1) - 2] =$

9.- $-12 \cdot 3 + 18 : (-12 : 6 + 8) =$

10.- $[(-2)^5 \cdot (-3)^2] : (-2)^2 =$

11.- $2 \cdot [(-12 + 36) : 6 + (8 - 5) : (-3)] - 6 =$

12.- $6 + \{4 - [(17 - (4 \cdot 4)) + 3] - 5\} =$

4.- Calcula, si se puede las siguientes **raíces**:

1.- $\sqrt{(-9)^2} =$ **2.-** $\sqrt{(-1)^7} =$ **3.-** $\sqrt{(-3)^2 \cdot (-3)} =$ **4.-** $\sqrt[4]{(-2)^4} =$ **5.-** $\sqrt{(-3)^3} =$ **6.-** $\sqrt[6]{(-8)^3} =$

5.- Realiza las siguientes operaciones con **potencias**:

1.- $(-2)^2 \cdot (-2)^3 \cdot (-2)^4 =$

2.- $(-8) \cdot (-2)^2 \cdot (-2)^0 \cdot (-2) =$

3.- $(-2)^{-2} \cdot (-2)^3 \cdot (-2)^4 =$

4.- $2^{-2} \cdot 2^{-3} \cdot 2^4 =$

5.- $2^2 : 2^3 =$

6.- $2^{-2} : 2^3 =$

7.- $2^2 : 2^{-3} =$

8.- $2^{-2} : 2^{-3} =$

9.- $[(-2)^{-2}]^3 \cdot (-2)^3 \cdot (-2)^4 =$

10.- $[(-2)^6 : (-2)^3]^3 \cdot (-2) \cdot (-2)^{-4} =$

11.- $(-3)^1 \cdot (-3)^3 \cdot (-3)^4 =$

12.- $(-27) \cdot (-3) \cdot (-3)^2 \cdot (-3)^0 =$

13.- $(-3)^2 \cdot (-3)^3 \cdot (-3)^{-4} =$

14.- $3^{-2} \cdot 3^{-4} \cdot 3^4 =$

15.- $5^2 : 5^3 =$

16.- $5^{-2} : 5^3 =$

17.- $5^2 : 5^{-3} =$

18.- $5^{-2} : 5^{-3} =$

19.- $(-3)^1 \cdot [(-3)^3]^2 \cdot (-3)^{-4} =$

20.- $[(-3)^6 : (-3)^3]^3 \cdot (-3)^0 \cdot (-3)^{-4} =$

6.- Un emperador romano nació en el año 63 a. C. y murió en el 14 d. C. ¿Cuántos años vivió?

7.- Una bomba extrae el petróleo de un pozo a 975 m de profundidad y lo eleva a un depósito situado a 48 m de altura. ¿Qué nivel supera el petróleo?

8.- ¿Qué diferencia de temperatura soporta una persona que pasa de la cámara de conservación de las verduras, que se encuentra a 4 °C, a la del pescado congelado, que está a -18 °C? ¿Y si pasara de la cámara del pescado a la de la verdura?

9.- La temperatura del aire baja según se asciende en la atmósfera, a razón de 9 °C cada 300 metros. Si la temperatura al nivel del mar en un punto determinado es de 0°C, ¿a qué altura vuela un avión si la temperatura del aire es de -81 °C?

10.- En un depósito hay 800 l de agua. Por la parte superior un tubo vierte en el depósito 25 l por minuto, y por la parte inferior por otro tubo salen 30 l por minuto. ¿Cuántos litros de agua habrá en el depósito después de 15 minutos de funcionamiento?

SOLUCIONES

Ejercicio nº 1.-

1.- $-6 < -5 < -4 < -2 < 0 < 3 < 4 < 7 < 8$



$op(-6) = -(-6) = 6$	$ -6 = 6$
$op(-5) = -(-5) = 5$	$ -5 = 5$
$op(-4) = -(-4) = 4$	$ -4 = 4$
$op(-2) = -(-2) = 2$	$ -2 = 2$
$op(0) = 0$	$ 0 = 0$
$op(3) = -3$	$ 3 = 3$
$op(4) = -4$	$ 4 = 4$
$op(7) = -7$	$ 7 = 7$
$op(8) = -8$	$ 8 = 8$

2.- $-5 < -4 < -2 < 0 < 1 < 6 < 9$



$op(-4) = -(-4) = 4$	$ -4 = 4$
$op(6) = -6$	$ 6 = 6$
$op(-2) = -(-2) = 2$	$ -2 = 2$
$op(1) = -1$	$ 1 = 1$
$op(-5) = -(-5) = 5$	$ -5 = 5$
$op(0) = 0$	$ 0 = 0$
$op(9) = -9$	$ 9 = 9$

Ejercicio nº 2.-

1. $3 \cdot 2 + 3 \cdot (-5) = 3 \cdot [2 + (-5)] = 3 \cdot (2 - 5) = 3 \cdot (-3) = -9$

2. $(-2) \cdot 12 + (-2) \cdot (-6) = (-2) \cdot [12 + (-6)] = (-2) \cdot (12 - 6) = (-2) \cdot 6 = -12$

3. $8 \cdot 5 + 8 = 8 \cdot (5 + 1) = 8 \cdot 6 = 48$

4. $(-3) \cdot (-2) + (-3) \cdot (-5) = (-3) \cdot [(-2) + (-5)] = (-3) \cdot (-2 - 5) = (-3) \cdot (-7) = 21$

Ejercicio nº 3.-

1 $(3 - 8) + [5 - (-2)] = -5 + (5 + 2) = -5 + 7 = 2$

2 $5 - [6 - 2 - (1 - 8) - 3 + 6] + 5 = 5 - [6 - 2 - (-7) - 3 + 6] + 5 =$
 $= 5 - [6 - 2 + 7 - 3 + 6] + 5 = 5 - 14 + 5 = -4$

3 $9 : [6 : (-2)] = 9 : (-3) = -3$

4 $[(-2)^5 - (-3)^3]^2 = [-32 - (-27)]^2 = (-32 + 27)^2 = (-5)^2 = 25$

5 $(5 + 3 \cdot 2 : 6 - 4) \cdot (4 : 2 - 3 + 6) : (7 - 8 : 2 - 2)^2 =$
 $= (5 + 6 : 6 - 4) \cdot (4 : 2 - 3 + 6) : (7 - 8 : 2 - 2)^2 = (5 + 1 - 4) \cdot (2 - 3 + 6) : (7 - 4 - 2)^2 =$
 $= 2 \cdot 5 : 1^2 = 2 \cdot 5 : 1 = 10 : 1 = 10$

6 $[(17 - 15)^3 + (7 - 12)^2] : [(6 - 7) \cdot (12 - 23)] = [(2)^3 + (-5)^2] : [(-1) \cdot (-11)] =$
 $= (8 + 25) : [(-1) \cdot (-11)] = (8 + 25) : 11 = 33 : 11 = 3$

7 $(7 - 2 + 4) - (2 - 5) = 9 - (-3) = 9 + 3 = 12$

8 $1 - (5 - 3 + 2) - [5 - (6 - 3 + 1) - 2] = 1 - (4) - [5 - (4) - 2] = 1 - (4) - (5 - 4 - 2) = 1 - (4) - (-1) = 1 - 4 + 1 = -2$

9 $-12 \cdot 3 + 18 : (-12 : 6 + 8) = -12 \cdot 3 + 18 : (-12 : 6 + 8) = -12 \cdot 3 + 18 : (-2 + 8) =$
 $= -12 \cdot 3 + 18 : 6 = -36 + 3 = -33$

$$10 [(-2)^5 \cdot (-3)^2] : (-2)^2 = (-32 \cdot 9) : 4 = -288 : 4 = -72$$

$$11 2 \cdot [(-12 + 36) : 6 + (8 - 5) : (-3)] - 6 = 2 \cdot [24 : 6 + 3 : (-3)] - 6 = 2 \cdot [4 + (-1)] - 6 = 2 \cdot 3 - 6 = 6 - 6 = 0$$

$$12 6 + \{4 - [(17 - (4 \cdot 4)) + 3] - 5\} = 6 + \{4 - [(17 - (4 \cdot 4)) + 3] - 5\} = 6 + [4 - (17 - 16) + 3] - 5 = 6 + (4 - 1 + 3) - 5 = 6 + 6 - 5 = 7$$

Ejercicio nº 4.-

$$1 \sqrt{(-9)^2} = \sqrt{81} = \pm 9 \quad 2 \sqrt{(-1)^7} = \sqrt{-1} \quad \text{no tiene solución}$$

$$3 \sqrt{(-3)^8 \cdot (-3)} = \sqrt{(-3)^9} = \sqrt{-27} \quad \text{no tiene solución} \quad 4 \sqrt{\frac{(-2)^9}{(-2)}} = \sqrt{(-2)^8} = \sqrt{16} = \pm 4$$

$$5 \sqrt{(-3)^8} = \sqrt{-27} \quad \text{no tiene solución} \quad 6 \sqrt{\frac{(-8)^9}{(-2)}} = \sqrt{\frac{(-2^3)^9}{(-2)}} = \sqrt{\frac{(-2)^9}{(-2)}} = \sqrt{(-2)^8} = \sqrt{16} = \pm 4$$

Ejercicio nº 5.-

$$1 (-2)^2 \cdot (-2)^3 \cdot (-2)^4 = (-2)^9 = -512$$

$$2 (-8) \cdot (-2)^2 \cdot (-2)^0 \cdot (-2) = (-2)^3 \cdot (-2)^2 \cdot (-2)^0 \cdot (-2) = (-2)^6 = 64$$

$$3 (-2)^{-2} \cdot (-2)^3 \cdot (-2)^4 = (-2)^5 = -32$$

$$4 2^{-2} \cdot 2^{-3} \cdot 2^4 = 2^{-1} = 1/2$$

$$5 2^2 : 2^3 = 2^{-1} = 1/2$$

$$6 2^{-2} : 2^3 = 2^{-5} = (1/2)^5 = 1/32$$

$$7 2^2 : 2^{-3} = 2^5 = 32$$

$$8 2^{-2} : 2^{-3} = 2$$

$$9 [(-2)^{-2}]^3 \cdot (-2)^3 \cdot (-2)^4 = (-2)^{-6} \cdot (-2)^3 \cdot (-2)^4 = -2$$

$$10 [(-2)^6 : (-2)^3]^3 \cdot (-2) \cdot (-2)^{-4} = (-2)^3]^3 \cdot (-2) \cdot (-2)^{-4} = (-2)^9 \cdot (-2) \cdot (-2)^{-4} = (-2)^6 = 64$$

$$11 (-3)^1 \cdot (-3)^3 \cdot (-3)^4 = (-3)^8 = 6561$$

$$12 (-27) \cdot (-3) \cdot (-3)^2 \cdot (-3)^0 = (-3)^3 \cdot (-3) \cdot (-3)^2 \cdot (-3)^0 = (-3)^6 = 729$$

$$13 (-3)^2 \cdot (-3)^3 \cdot (-3)^{-4} = -3$$

$$14 3^{-2} \cdot 3^{-4} \cdot 3^4 = 3^{-2} = (1/3)^2 = 1/9$$

$$15 5^2 : 5^3 = 5^{-1} = 1/5$$

$$16 5^{-2} : 5^3 = 5^{-5} = (1/5)^5 = 1/3125$$

$$17 5^2 : 5^{-3} = 5^5 = 3125$$

$$18 5^{-2} : 5^{-3} = 5$$

$$19 (-3)^1 \cdot [(-3)^3]^2 \cdot (-3)^{-4} = (-3)^1 \cdot (-3)^6 \cdot (-3)^{-4} = (-3)^3 = -27$$

$$20 [(-3)^6 : (-3)^3]^3 \cdot (-3)^0 \cdot (-3)^{-4} = (-3)^3]^3 \cdot (-3)^0 \cdot (-3)^{-4} = (-3)^9 \cdot (-3)^0 \cdot (-3)^{-4} = (-3)^5 = -243$$

Ejercicio nº 6.-

$$14 - (-63) = 14 + 63 = 77 \text{ años}$$

Ejercicio nº 7.-

$$48 - (-975) = 48 + 975 = 1023 \text{ metros}$$

Ejercicio nº 8.-

$$-18^\circ\text{C} - 4^\circ\text{C} = -22^\circ\text{C}; \quad 4^\circ\text{C} - (-18^\circ\text{C}) = -22^\circ\text{C} = 4^\circ\text{C} + 18^\circ\text{C} = 22^\circ\text{C}$$

La diferencia de temperatura en valor absoluto es igual en ambos casos. El signo menos del primer caso nos indica que se produce un descenso de la temperatura, y el signo más del segundo un aumento.

Ejercicio nº 9.-

$$|-81| : 9 = 81 : 9 = 9 \quad 300 \cdot 9 = 2700 \text{ m}$$

Ejercicio nº 10.-

$$800 + 25 \cdot 15 - (30 \cdot 15) = 800 + 375 - 450 = 1175 - 450 = 725 \text{ l}$$

- 1.-** Asociar cada fracción de hora con los minutos correspondientes:

$$\frac{1}{2}', \frac{1}{4}', \frac{3}{4}', \frac{1}{10}', \frac{1}{12}', \frac{1}{3}$$

- 2.-** Halla los pares de fracciones equivalentes y colócalas en parejas:

$$\frac{4}{3}, \frac{5}{7}, \frac{8}{3}, \frac{2}{11}, \frac{6}{9} \quad \text{asócialas con:} \quad \frac{16}{6}, \frac{15}{21}, \frac{4}{22}, \frac{2}{3}, \frac{12}{9}$$

- 3.-** Escribe los inversos de:

$$\frac{2}{3}, \frac{5}{2}, -\frac{3}{7}, 5, \frac{4}{11}, \frac{1}{8}$$

- 4.-** Escribe el signo $>$ o $<$, donde corresponda:

$$\frac{2}{3} \square \frac{3}{5}, \quad \frac{2}{5} \square \frac{3}{7}, \quad \frac{5}{7} \square \frac{6}{8}, \quad \frac{4}{3} \square \frac{5}{4}$$

- 5.-** Ordenar de menor o mayor:

$$\frac{5}{12}, \frac{2}{15}, \frac{5}{4}, \frac{7}{5}$$

- 6.-** Clasifica estas fracciones en propias o impropias, (menores o mayores que 1):

$$\frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{8}{5}, \frac{7}{9}, \frac{5}{2}, \frac{5}{12}, \frac{3}{4}, \frac{7}{5}$$

- 7.-** Realiza estas operaciones combinadas:

$$\begin{array}{lll} 1.- \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{8} \right) = & 2.- \left(3 + \frac{1}{4} \right) - \left(2 + \frac{1}{6} \right) = & 3.- \frac{1}{2} : \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3} \right) = \\ 4.- \left(\frac{5}{3} - 1 \right) \cdot \left(\frac{7}{2} - 2 \right) = & 5.- \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \right) : \left(\frac{5}{3} + \frac{1}{6} \right) = & 6.- \frac{2}{3} : 5 : \left(\frac{2}{4} + 1 \right) : 3 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) = \end{array}$$

- 8.-** ¿Cuántos litros ha consumido esta familia en un día de verano?

- Dos botellas de litro y medio de agua.
- 4 botes de $\frac{1}{3}$ de litro de zumo.
- 5 limonadas de $\frac{1}{4}$ de litro.

- 9.-** Un cable de 72 m de longitud se corta en dos trozos. Uno de ellos tiene $\frac{5}{6}$ partes del cable, ¿cuántos metros mide el otro?

- 10.-** Una caja tiene 60 bombones. Eva se comió $\frac{1}{5}$ y Ana $\frac{1}{2}$.

- a) ¿Cuántos bombones se comieron Eva, y Ana?
- b) ¿Qué fracción de bombones se comieron entre las dos?

- 11.-** Dos automóviles A y B hacen un mismo trayecto de 572 km. El automóvil A lleva recorrido los $\frac{5}{11}$ del trayecto cuando el B ha recorrido los $\frac{6}{13}$ del mismo. ¿Cuál de los dos va primero? ¿Cuántos kilómetros llevan recorridos cada uno?

- 12.-** Elena va de compras con 180 €. Se gasta $\frac{3}{5}$ de esa cantidad. ¿Cuánto le queda?

- 13.-** Hace unos años Pedro tenía 24 años, que representan los $\frac{2}{3}$ de su edad actual. ¿Qué edad tiene Pedro?

- 14.-** Un padre reparte entre sus hijos 1800 €. Al mayor le da $\frac{4}{9}$ de esa cantidad, al mediano $\frac{1}{3}$ y al menor el resto. ¿Qué cantidad recibió cada uno? ¿Qué fracción del dinero recibió el tercero?

- 15.-** Los $\frac{2}{5}$ de los ingresos de una comunidad de vecinos se emplean en combustible, $\frac{1}{8}$ en electricidad, $\frac{1}{12}$ en la recogida de basuras, $\frac{1}{4}$ en mantenimiento del edificio y el resto se emplea en limpieza.

- a) ¿Qué fracción de los ingresos se emplea en limpieza?
- b) Orden las fracciones de los gastos de menor a mayor.

- 16.-** Alicia dispone de 300 € para compras. El jueves gastó $\frac{2}{5}$ de esa cantidad y el sábado los $\frac{3}{4}$ de lo que le quedaba. ¿Cuánto gastó cada día y cuánto le queda al final?

SOLUCIONES

Ejercicio nº 1.-

$$\frac{1}{2} \cdot 60 = 30 \text{ minutos}$$

$$\frac{1}{4} \cdot 60 = 15 \text{ minutos}$$

$$\frac{3}{4} \cdot 60 = 45 \text{ minutos}$$

$$\frac{1}{10} \cdot 60 = 6 \text{ minutos}$$

$$\frac{1}{12} \cdot 60 = 5 \text{ minutos}$$

$$\frac{1}{3} \cdot 60 = 20 \text{ minutos}$$

Ejercicio nº 2.-

$$\frac{4}{3} = \frac{12}{9}$$

$$4 \cdot 9 = 3 \cdot 12$$

$$36 = 36$$

$$\frac{5}{7} = \frac{15}{21}$$

$$5 \cdot 21 = 7 \cdot 15$$

$$105 = 105$$

$$\frac{8}{3} = \frac{16}{6}$$

$$8 \cdot 6 = 3 \cdot 16$$

$$48 = 48$$

$$\frac{2}{11} = \frac{4}{22}$$

$$2 \cdot 22 = 4 \cdot 11$$

$$44 = 44$$

$$\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$6 \cdot 3 = 9 \cdot 2$$

$$18 = 18$$

Ejercicio nº 3.-

$$\frac{3}{2}, \quad \frac{2}{5}, \quad -\frac{7}{3}, \quad \frac{1}{5}, \quad \frac{11}{4}, \quad 8$$

Ejercicio nº 4.-

$$\frac{10}{15} \boxed{>} \frac{9}{15},$$

$$\frac{14}{35} \boxed{<} \frac{15}{35},$$

$$\frac{40}{56} \boxed{<} \frac{42}{56},$$

$$\frac{16}{12} \boxed{>} \frac{15}{12}$$

$$\frac{2}{3} \boxed{>} \frac{3}{5},$$

$$\frac{2}{5} \boxed{<} \frac{3}{7},$$

$$\frac{5}{7} \boxed{<} \frac{6}{8},$$

$$\frac{4}{3} \boxed{>} \frac{5}{4}$$

Ejercicio nº 5.-

$$\frac{5 \cdot 5}{60}, \quad \frac{2 \cdot 4}{60}, \quad \frac{5 \cdot 15}{60}, \quad \frac{7 \cdot 12}{60}, \quad \frac{25}{60}, \quad \frac{8}{60}, \quad \frac{75}{60}, \quad \frac{84}{60}, \quad \frac{2}{15} < \frac{5}{12} < \frac{5}{4} < \frac{7}{5}$$

Ejercicio nº 6.-

Propias:

$$\frac{2}{3}, \quad \frac{5}{6}, \quad \frac{7}{9}, \quad \frac{5}{12}, \quad \frac{3}{4}$$

Impropias:

$$\frac{8}{5}, \quad \frac{5}{2}, \quad \frac{7}{5}$$

Ejercicio nº 7.-

$$1.- \quad \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{8} \right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{6+1}{8} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{8} = \frac{7}{16}$$

$$2.- \quad \left(3 + \frac{1}{4} \right) - \left(2 + \frac{1}{6} \right) = 3 + \frac{1}{4} - 2 - \frac{1}{6} = 1 + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{12+3-2}{12} = \frac{13}{12}$$

$$3.- \quad \frac{1}{2} : \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{2} : \left(\frac{3+4}{12} \right) = \frac{1}{2} : \frac{7}{12} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}$$

$$4.- \quad \left(\frac{5}{3} - 1 \right) \cdot \left(\frac{7}{2} - 2 \right) = \left(\frac{5-3}{3} \right) \cdot \left(\frac{7-4}{2} \right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = \frac{6}{6} = 1$$

$$5.- \quad \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \right) : \left(\frac{5}{3} + \frac{1}{6} \right) = \left(\frac{3+2}{4} \right) : \left(\frac{10+1}{6} \right) = \frac{5}{4} : \frac{11}{6} = \frac{30}{44} = \frac{15}{22}$$

$$6.- \quad \frac{2}{3} : \left[5 : \left(\frac{2}{4} + 1 \right) - 3 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) \right] = \frac{2}{3} : \left[5 : \left(\frac{2+4}{4} \right) - 3 \left(\frac{2-1}{4} \right) \right] =$$

$$= \frac{2}{3} : \left(5 : \frac{6}{4} - 3 \cdot \frac{1}{4} \right) = \frac{2}{3} : \left(\frac{10}{4} - \frac{3}{4} \right) = \frac{2}{3} : \left(\frac{40-9}{12} \right) = \frac{2}{3} : \frac{31}{12} = \frac{24}{93} = \frac{8}{31}$$

Ejercicio nº 8.-

$$2 \cdot \frac{3}{2} + 4 \cdot \frac{1}{3} + 5 \cdot \frac{1}{4} = \frac{6}{2} + \frac{4}{3} + \frac{5}{4} = \frac{36+16+15}{12} = \frac{67}{12} =$$

$$5 \text{ litros} + \frac{7}{12} \text{ del litro}$$

$$\frac{67}{12} \quad \frac{12}{5}$$

Ejercicio nº 9.-

$$\frac{5}{6} \cdot 72 \quad 72 : 5 = 360 : 6 = 60\text{m} \quad 72 - 60 = 12\text{m}$$

Ejercicio nº 10.-

1.- ¿Cuántos bombones se comieron Eva, y Ana?

$$\frac{1}{5} \cdot 60 \quad 60 : 5 = 12 \quad \frac{1}{2} \cdot 60 \quad 60 : 2 = 30$$

2.- ¿Qué fracción de bombones se comieron entre las dos?

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{2} = \frac{2+5}{10} = \frac{7}{10}$$

Ejercicio nº 11.-

$$\frac{5}{11}, \frac{6}{13} \quad \frac{65}{143}, \frac{66}{143} \quad \frac{5}{11} < \frac{6}{13}$$

El segundo automóvil va primero.

A $\frac{5}{11} \cdot 572 \quad 572 : 5 = 2860 : 11 = 260\text{km}$

B $\frac{6}{13} \cdot 572 \quad 572 : 6 = 3432 : 13 = 264\text{ km}$

Ejercicio nº 12.-

$$\frac{3}{5} \cdot 180 \quad 180 : 3 = 540 : 5 = 108 \quad 180 - 108 = 72 \text{ €}$$

Ejercicio nº 13.-



Ejercicio nº 14.-

Mayor $\frac{4}{9} \cdot 1800 \quad 1800 : 4 = 7200 : 9 = 800 \text{ €}$

Mediano $\frac{1}{3} \cdot 1800 \quad 1800 : 3 = 600 \text{ €}$

Menor $1 - \left(\frac{4}{9} + \frac{1}{3} \right) = 1 - \frac{4}{9} - \frac{1}{3} = \frac{9-4-3}{9} = \frac{2}{9}$

$$\frac{2}{9} \cdot 1800 \quad 1800 : 2 = 3600 : 9 = 400 \text{ €}$$

Ejercicio nº 15.-

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{4} = \frac{48+15+10+30}{120} = \frac{103}{120}$$

$$1 - \frac{103}{120} = \frac{120-103}{120} = \frac{17}{120} \text{ en limpieza}$$

Ordenadas de menor a mayor: $\frac{1}{12} < \frac{1}{8} < \frac{17}{120} < \frac{1}{4} < \frac{2}{5}$

Ejercicio nº 16.-

Jueves $\frac{2}{5} \cdot 300 \quad 300 : 2 = 600 : 5 = 120 \text{ €}$

Sábado $300 - 120 = 180 \quad 180 \cdot \frac{3}{4} = 540 : 4 = 135 \text{ €}$

Resto $180 - 135 = 45 \text{ €}$

1.- Ordena de menor a mayor estos números decimales:

a) $5'4 - 5'004 - 5'0004 - 5'04 - 4'4 - 4'98 - 5 - 5'024$

b) $7'3 - 7'003 - 7'0003 - 7'03 - 6'5 - 6'87 - 7 - 7'037$

2.- Clasificar, por el tipo, los números decimales correspondientes a las fracciones:

$$\frac{3}{5}, \frac{9}{14}, \frac{57}{20}, \frac{8}{11}, \frac{25}{24}, \frac{4}{3}, \frac{7}{16}, \frac{1}{20}, \frac{3}{35}, \frac{5}{18}$$

3.- Realizar las siguientes **operaciones con la unidad seguida de ceros**:

a) $3'6669 \cdot 1000 =$

b) $23'6669 : 1000 =$

c) $30'036 : 10 =$

d) $40'000012 \cdot 10\,000 =$

e) $5123'005 : 10\,000 =$

f) $626'36 \cdot 10\,000 =$

g) $2'36 : 1000 =$

h) $80'036 : 10 =$

i) $90'261 \cdot 100 =$

j) $5'036 : 10 =$

4.- Resuelve las siguientes **operaciones con números decimales**:

a) $342'528 + 6\,726'34 + 5'3026 + 0'37 =$

b) $372'528 - 69'68452 =$

c) $46'562 \cdot 38'6 =$

d) $526'6562 : 7 =$

e) $5126 : 62'37 =$

f) $5627'64 : 67'5261 =$

g) $324 : 0'018 =$

h) $12'96 : 6 =$

5.- Resuelve las siguientes **operaciones combinadas**:

a) $132 : (0'18 - 0'016) =$

b) $(412'98 : 6) - (10'15 + 32'9) =$

c) $425'02 - 3 \cdot 125'2 =$

d) $1000 : 12'5 + 25'2 =$

6.- Una jarra vacía pesa $0'64$ kg, y llena de agua $1'728$ kg. ¿Cuánto pesa el agua?

7.- Un ciclista ha recorrido $145'8$ km en una etapa, $136'65$ km en otra etapa y $162'62$ km en una tercera etapa. ¿Cuántos kilómetros le quedan por recorrer si la carrera es de 1000 km?

8.- De un depósito con agua se sacan $184'5$ l y después $128'75$ l, finalmente se sacan $84'5$ l. Al final quedan en el depósito 160 l. ¿Qué cantidad de agua había el depósito?

9.- Se tienen 240 cajas con 25 bolsas de café cada una. Si cada bolsa pesa $0'62$ kg, ¿cuál es el peso del café?

10.- Sabiendo que $2'077$ m³ de aire pesan $2'7$ kg, calcular lo que pesa 1 m³ de aire.

11.- Eva sigue un régimen de adelgazamiento y no puede pasar en cada comida de 600 calorías. Ayer almorzó: 125 g de pan, 140 g de espárragos, 45 g de queso y una manzana de 130 g. Si 1 g de pan da $3'3$ calorías, 1 g de espárragos $0'32$, 1 g de queso $1'2$ y 1 g de manzana $0'52$. ¿Respetó Eva su régimen?

SOLUCIONES

Ejercicio nº 1.-

a) $4.4 < 4.98 < 5 < 5.0004 < 5.004 < 5.024 < 5.04 < 5.4$

b) $6.5 < 6.87 < 7 < 7.0003 < 7.003 < 7.03 < 7.037 < 7.3$

Ejercicio nº 2.-

$3/5 = 0.6$ ➤ Decimal exacto

$9/14 = 0.6428571428571... = \frac{9}{14} = 0.\overline{6428571}$ ➤ Periódico mixto

$57/20 = 2.85 =$ ➤ Decimal exacto

$8/11 = 0.727272... = 0.\overline{72}$ ➤ Periódico puro

$25/24 = 1.04166... = 0.\overline{41\bar{6}}$ ➤ Periódico mixto

$4/3 = 1.33333... = 1.\bar{3}$ ➤ Periódico puro

$7/16$ ➤ Decimal exacto; $1/20$ ➤ Decimal exacto; $3/35$ ➤ Periódico mixto; $5/18$ ➤ Periódico mixto

Ejercicio nº 3.-

a) $3.6669 \cdot 1000 = 3666.9$

b) $3.6669 : 1000 = 0.0036669$

c) $3 \cdot 0.036 : 10 = 0.0036$

d) $4 \cdot 0.000012 \cdot 10\,000 = 0.12$

e) $123.005 : 10\,000 = 0.0123005$

f) $6 \cdot 26.36 \cdot 10\,000 = 263\,600$

g) $2.36 : 1000 = 0.00236$

h) $8 \cdot 0.036 \cdot 10 = 0.36$

i) $9 \cdot 0.261 \cdot 100 = 26.1$

j) $10 \cdot 5.036 : 10 = 0.5036$

Ejercicio nº 4.-

$\begin{array}{r} 342.528 \\ 6\,726.34 \\ + 5.3026 \\ 0.37 \\ \hline 7\,074.5406 \end{array}$		$\begin{array}{r} 372.528 \\ - 69.68452 \\ \hline 302.84348 \end{array}$		$\begin{array}{r} 46.562 \\ \times 38.6 \\ \hline 279372 \\ 372496 \\ 139686 \\ \hline 1797.2932 \end{array}$	
a)		b)		c)	
d)	$\begin{array}{r} 526.\overline{6562} \quad 7 \\ 36 \quad 75.2366 \\ 16 \\ 25 \\ 46 \\ 42 \\ 0 \\ \hline 324000 \quad 18 \\ 144 \quad 18000 \\ \hline 0 \end{array}$	e)	$\begin{array}{r} 512600 \quad 6\,237 \\ 13640 \quad 82.18 \\ 11660 \\ 54230 \\ 4334 \\ \hline 12.96 \quad 6 \\ 09 \quad 2.16 \\ 36 \\ 0 \end{array}$	f)	$\begin{array}{r} 56276400 \quad 675\,261 \\ 2255520 \quad 83.34 \\ 2297370 \\ 2711870 \\ 10826 \\ \hline \end{array}$
g)		h)			

Ejercicio nº 5.-

a) $132 : (0'18 - 0'016) = 132 : 0'164 = 804'878...$

b) $(412'98 : 6) - (10'15 + 32'9) = 68'83 - 43'05 = 25'78$

c) $425'02 - 3 \cdot 125'2 = 425'02 - 375'6 = 49'42$

d) $1000 : 12'5 + 25'2 = 80 + 25'2 = 105'2$

Ejercicio n° 6.-

$$\begin{array}{r} 1.728 \\ - 0.64 \\ \hline 1.088 \text{ kg} \end{array}$$

Ejercicio n° 7.-

$$\begin{array}{r} 145.8 \\ + 136.65 \\ \hline 162.62 \\ 445.07 \text{ km} \end{array} \quad \begin{array}{r} 1000 \\ - 445.07 \\ \hline 554.93 \text{ km} \end{array}$$

a) b)

Ejercicio n° 8.-

$$\begin{array}{r} 184.5 \\ 128.75 \\ + 84.5 \\ 160 \\ \hline 557.75 \text{ l} \end{array}$$

Ejercicio n° 9.-

a) $25 \cdot 0.62 = 15.5 \text{ kg}$

b) $15.5 \cdot 240 = 3720 \text{ kg de café}$

Ejercicio n° 10.-

$$\begin{array}{r} 2700 \\ 6230 \\ 2076 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2077 \\ \hline 1.2 \end{array}$$

Ejercicio n° 11.-

a) $125 \cdot 3.3 + 140 \cdot 0.32 + 45 \cdot 1.2 + 130 \cdot 0.52 = 412.5 + 44.8 + 54 + 67.6 = 578.9 \text{ calorías}$

b) $578.9 < 600$ ➤ Por tanto, sí respetó el régimen.

1.- Resuelve las siguientes **ecuaciones**:

1.- $2x = 6$ **2.-** $2x - 3 = 6 + x$ **3.-** $2(2x - 3) = 6 + x$

4.- $\frac{x-1}{6} - \frac{x-3}{2} = -1$

5.- $\frac{3}{4}(2x + 4) = x + 19$

6.- $4(x-10) = -6(2-x) - 6x$

7.- $2(x+1) - 3(x-2) = x + 6$

8.- $\frac{x-1}{4} - \frac{x-5}{36} = \frac{x+5}{9}$

9.- $\frac{3x+1}{7} - \frac{2-4x}{3} = \frac{-5x-4}{14} + \frac{7x}{6}$

2.- Halla dos números enteros sabiendo que uno es doble que el otro y que su suma es igual a 24.

3.- Encuentra tres números enteros consecutivos cuya suma sea 30.

4.- Halla el número de dos cifras sabiendo que la correspondiente a las decenas excede en 4 a la cifra de las unidades y también es igual al doble de esta menos 1.

5.- La longitud del rectángulo es el doble de la anchura. Si el perímetro es 42 cm., ¿cuál es la anchura?

6.- Un autobús con 48 pasajeros llega a una parada y se baja un cierto número de pasajeros, subiendo 3. En la siguiente parada se bajan 2 y suben 5 quedando en el autobús 20 pasajeros. ¿Cuántos se bajaron en la primera parada?

7.- Un bolígrafo y un lápiz cuestan 1,10 euros. Si el bolígrafo cuesta 1 euro más que el lápiz, ¿cuánto cuesta el lápiz?

8.- Entre los dos máximos goleadores del Real Zaragoza marcaron 33 goles en la temporada pasada. Si uno consiguió cinco goles más que el otro, ¿cuántos goles marcó cada uno?

9.- En un cine hay 501 personas. Halla el número de mujeres, sabiendo que sobrepasa en 27 al de hombres.

10.- Si un padre tiene 52 años y sus hijos 23 y 25, ¿cuántos años han de pasar para que la edad del padre sea la suma de las edades de sus hijos?, ¿Qué edad tendrá el padre?

11.- Anastasia vendió los $\frac{2}{5}$ de una pieza de tela, y todavía le sobraron 18 m de ella. ¿Cuántos metros medía la pieza inicialmente?

12.- Un frutero compró naranjas a 1 euro el kilo y las vendió a 1,3 euros. Si obtuvo un beneficio de 123 euros, ¿cuántos kilos de naranja compró?

13.- Entre Juan y Eva tienen 144 comics, si Eva tiene el doble que Juan. ¿Cuántos comics tiene Eva?

14.- Si a Yolanda le damos dieciocho cromos, tendrá noventa y dos cromos. ¿Cuántos cromos tenía Yolanda?

15.- El doble de la edad de Juan aumentado en doce da cuarenta y dos. ¿Cuántos años tiene Juan?

16.- ¿Qué número cumple que al sumar ocho a su triple da diecisiete?

17.- En mi clase hay cuatro chicas más que chicos. ¿Cuántos chicos hay si en total somos veintiséis?

18.- Si restamos 8 euros al doble de la cantidad de euros que tiene Eva, resulta lo mismo que si sumamos 8 euros a la cantidad de euros de Eva. ¿Cuántos euros tiene Eva?

19.- Un número aumentado en 6 unidades es igual al mismo número multiplicado por cuatro. ¿Qué número es?

20.- ¿Cuántos años tiene Sonia si al multiplicarlos por cuatro da lo mismo que al sumarles treinta y tres?

SOLUCIONES

Ejercicio nº 1.-

1.- $2x = 6$ Despejamos la incógnita: $x = \frac{6}{2}$ $x = 3$

2.- $2x - 3 = 6 + x$ Agrupamos los términos y sumamos: $2x - x = 6 + 3$ $x = 9$

3.- $2(2x - 3) = 6 + x$ Quitamos paréntesis: $4x - 6 = 6 + x$ Agrupamos términos y sumamos: $4x - x = 6 + 6$ $3x = 12$ Despejamos: $x = \frac{12}{3}$ $x = 4$

4.- $\frac{x-1}{6} - \frac{x-3}{2} = -1$ Quitamos denominadores, para ello en primer lugar hallamos el mínimo común múltiplo. $m.c.m.(6, 2) = 6$; $x - 1 - 3(x - 3) = -6$ Quitamos paréntesis, agrupamos y sumamos: $x - 1 - 3x + 9 = -6$; $x - 3x = -6 - 9 + 1$; $-2x = -14$.

Despejamos la incógnita: $2x = 14$ $x = \frac{14}{2}$ $x = 7$

5.- $\frac{3}{4}(2x + 4) = x + 19$ Quitamos paréntesis: $\frac{6}{4}x + \frac{12}{4} = x + 19$ $\frac{3}{2}x + 3 = x + 19$ Quitamos denominadores, agrupamos y sumamos los términos semejantes: $3x + 6 = 2x + 38$ $3x - 2x = 38 - 6$ $x = 32$

6.- $4(x - 10) = -6(2 - x) - 6x$; $4x - 40 = -12 + 6x - 6x$; $4x - 6x + 6x = -12 + 40$; $4x = 28$ $x = 7$

7.- $2(x + 1) - 3(x - 2) = x + 6$; $2x + 2 - 3x + 6 = x + 6$; $2x - 3x - x = 6 - 2 - 6$; $-2x = -2$ $x = 1$

8.- $\frac{x-1}{4} - \frac{x-5}{36} = \frac{x+5}{9}$; $m.c.m.(4, 36, 9) = 36$; $9(x - 1) - (x - 5) = 4(x + 5)$ $9x - 9 - x + 5 = 4x + 20$; $9x - x - 4x = 20 + 9 - 5$; $4x = 24$ $x = 6$

9.- $\frac{3x+1}{7} - \frac{2-4x}{3} = \frac{-5x-4}{14} + \frac{7x}{6}$; $m.c.m.(7, 3, 14, 6) = 42$ $6(3x + 1) - 14(2 - 4x) = 3(-5x - 4) + 49x$; $18x + 6 - 28 + 56x = -15x - 12 + 49x$ $18x + 56x + 15x - 49x = -12 - 6 + 28$; $40x = 10$ $4x = 1$ $x = \frac{1}{4}$

Ejercicio nº 2.-

Primer número: x Segundo número: $2x$ $x + 2x = 24$; $3x = 24$; $x = 8$
SOL: Los números son 8 y 16

Ejercicio nº 3.-

Números: $x, x + 1, x + 2$ $x + x + 1 + x + 2 = 30$ $3x = 27$ $x = 9$
SOL: Los números son 9, 10 y 11

Ejercicio nº 4.-

Unidades del Número: x Decenas del Número: $x + 4$; $x + 4 = 2x - 1$; $x = 5$
SOL: El número es el 95

Ejercicio nº 5.-

Anchura: x Longitud: $2x$ Perímetro = $x + x + 2x + 2x = 42$ $x = 7$
SOL: La anchura es 7 cm

Ejercicio nº 6.-

Se bajaron: x $48 - x + 3 - 2 + 5 = 20$ $x = 34$

SOL: Bajaron 34 pasajeros

Ejercicio nº 7.-

El lápiz cuesta: x El Boli cuesta: $x + 1$ $x + x + 1 = 1'10$ $x = 0'05$

SOL: El lápiz cuesta 5 céntimos

Ejercicio nº 8.-

Jugador 1: x goles; Jugador 2: $x + 5$; $x + x + 5 = 33$ $x = 14$

SOL: El jugador 1 marcó 14 y el 2 marcó 19.

Ejercicio nº 9.-

Hombres: x Mujeres: $x + 27$ $x + x + 27 = 501$ $x = 237$

SOL: Hay 264 mujeres

Ejercicio nº 10.-

Número de años que tienen que pasar: x ; $52 + x = 23 + x + 25 + x$; $x = 4$

SOL: Tienen que pasar 4 años, y el padre tendrá 56 años

Ejercicio nº 11.-

Medía: x metros $3/5$ de x son 18 $3x/5 = 18$ $x = 30$

SOL: La pieza tenía 30 metros

Ejercicio nº 12.-

Naranjas: x Kg Beneficio: 0'3 € por Kg $0'3 x = 123$ $x = 410$

SOL: Compró 410 Kg

Ejercicio nº 13.-

Juan: x Eva: $2x$ $x + 2x = 144$ $x = 48$

SOL: Eva tiene 96 comics

Ejercicio nº 14.-

Yolanda tenía: x años $x + 18 = 92$ $x = 74$

SOL: Tenía 74 cromos

Ejercicio nº 15.-

Juan tiene: x años $2x + 12 = 42$ $x = 15$

SOL: Juan tiene 15 años

Ejercicio nº 16.-

Número: x $3x + 8 = 17$ $x = 3$

SOL: El número es el 3

Ejercicio nº 17.-

Nº de chicos: x Nº de chicas: $x + 4$ $x + x + 4 = 26$ $x = 11$

SOL: Hay 11 chicos

Ejercicio nº 18.-

Eva tiene: x € $2x - 8 = x + 8$ $2x - x = 8 + 8$ $x = 16$

SOL: Eva tiene 16 €

Ejercicio nº 19.-

Número: x $x + 6 = 4x$ $x - 4x = -6$ $-3x = -6$ $x = 2$

SOL: El número es el 2

Ejercicio nº 20.-

Años de Sonia: x $4x = x + 36$ $3x = 36$ $x = 12$

SOL: Sonia tiene 12 años

EJERCICIOS PROPUESTOS

7.1 Escribe estos enunciados en forma de ecuación.

- a) La suma de dos números consecutivos es 21.
- b) La suma de tres números pares consecutivos es 30.
- c) Un número más su quinta parte es 12.

a) $x + (x + 1) = 21$

b) $2x + (2x + 2) + (2x + 4) = 30$

c) $x + \frac{x}{5} = 12$

7.2 En una academia de idiomas el número de alumnos que estudian francés es la mitad de los que estudian inglés. Calcula el número de alumnos de cada grupo si en total son 240.

Sea x el número de alumnos de francés. $2x + x = 240 \Rightarrow x = 80$

Hay 80 alumnos que estudian francés y 160 que estudian inglés.

7.3 Resuelve la siguiente ecuación: $5x + 4 = 19 + 2x$

$$5x + 4 = 19 + 2x$$

$$5x + 4 - 2x = 19 + 2x - 2x \Rightarrow 3x + 4 = 19$$

$$3x + 4 - 4 = 19 - 4 \Rightarrow 3x = 15$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{15}{3} \Rightarrow x = 5$$

7.4 Resuelve esta ecuación: $18x - 50 = 14x - 4x + 6$

$$18x - 50 = 14x - 4x + 6 \Rightarrow 18x - 50 - 10x + 50 = 10x + 6 - 10x + 50 \Rightarrow 8x = 56 \Rightarrow x = 7$$

7.5 Resuelve la ecuación: $6x - 4 = 60 - 2x$

$$6x - 4 = 60 - 2x \Rightarrow 6x - 4 + 2x + 4 = 60 - 2x + 2x + 4 \Rightarrow 8x = 64 \Rightarrow x = 8$$

7.6 Las edades de tres alumnos son números pares consecutivos.

Si la suma de sus edades es 42, ¿cuántos años tiene cada uno?

La ecuación es $2x + (2x + 2) + (2x + 4) = 42$.

$$2x + (2x + 2) + (2x + 4) = 42 \Rightarrow 6x + 6 = 42 \Rightarrow x = 6$$

Tienen 12, 14 y 16 años respectivamente.

7.7 María ha dibujado un rectángulo cuyo largo es tres veces el ancho.

Si el perímetro del rectángulo mide 80 centímetros, ¿cuánto mide el área?

Si x es el ancho, $3x$ es el largo. Entonces, el perímetro es $x + 3x + x + 3x$.

$$x + 3x + x + 3x = 80 \Rightarrow 8x = 80 \Rightarrow x = 10 \text{ cm}$$

$$A = 10 \cdot 30 = 300 \text{ cm}^2$$

7.8 Resuelve estas ecuaciones con paréntesis.

a) $2(x + 1) - 3(x - 2) = x + 6$

b) $x + 20 = 5(x - 20)$

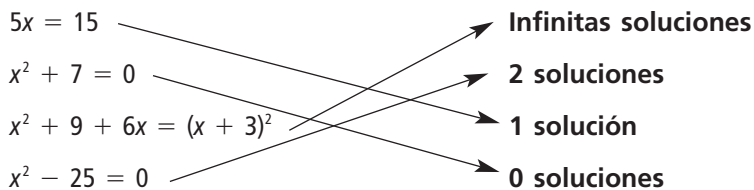
a) $2(x + 1) - 3(x - 2) = x + 6 \Rightarrow 2x + 2 - 3x + 6 = x + 6 \Rightarrow -x + 8 = x + 6 \Rightarrow 2 = 2x \Rightarrow x = 1$

b) $x + 20 = 5(x - 20) \Rightarrow x + 20 = 5x - 100 \Rightarrow 120 = 4x \Rightarrow x = 30$

EJERCICIOS PARA ENTRENARSE

Ecuaciones de primer grado

7.41 Relaciona cada ecuación con su número de soluciones.



7.42 En una familia, la madre gana el triple que el padre y entre los dos ingresan mensualmente 4 800 euros.

a) Escribe la ecuación que corresponde a esa situación.

b) ¿Cuánto gana cada uno?

a) $x + 3x = 4800$

b) $4x = 4800 \Rightarrow x = 1200$; $3x = 3600$, El padre gana 1 200 euros, y la madre, 3 600.

7.43 En la ecuación $8x - 6 = -5x + 20$, realiza las transformaciones que se indican.

1. Suma $5x$ a los dos miembros.

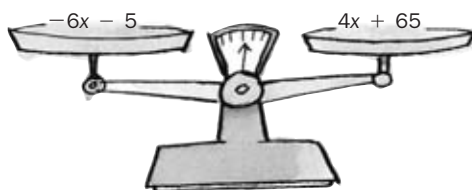
2. Suma 6 a los dos miembros.

3. Divide por 13 los dos miembros.

¿Cuál es la solución?

1. $13x - 6 = 20$; 2. $13x = 26$; 3. $x = 2$. La solución es $x = 2$.

7.44 ¿Para qué valor de x la balanza está equilibrada?



$$-6x - 5 = 4x + 65 \Rightarrow -70 = 10x \Rightarrow x = -7$$

7.45 En una clase de 28 alumnos de 3.º de ESO hay doble número de alumnos americanos que africanos y doble número de alumnos europeos que americanos.

a) Elige una incógnita y plantea una ecuación que refleje el enunciado.

b) ¿Cuántos alumnos hay de cada continente?

a) Sea x el número de alumnos africanos. Entonces la ecuación es $x + 2x + 4x = 28$.

b) Resolvemos: $7x = 28 \Rightarrow x = 4$. Hay 4 alumnos africanos, 8 americanos y 16 europeos.

1 Calcular el término desconocido de las siguientes proporciones:

a) $\frac{4}{10} = \frac{x}{60}$

b) $\frac{9}{12} = \frac{12}{x}$

c) $\frac{8}{32} = \frac{2}{x}$

d) $\frac{x}{6} = \frac{24}{x}$

2 Dos ruedas están unidas por una correa transmisora. La primera tiene un radio de 25 cm y la segunda de 75 cm.

a) Cuando la primera ha dado 300 vueltas, ¿cuántas vueltas habrá dado la segunda?

b) Cuando la segunda ha dado 300 vueltas, ¿cuántas vueltas habrá dado la primera?

c) Establece la tabla de proporcionalidad y calcula las vueltas de la segunda correspondientes a 51, 150 y 201 vueltas de la primera y las vueltas de la primera correspondientes a 400, 500 y 600 vueltas de la segunda.

3 De los 800 alumnos de un colegio, han ido de viaje 600. ¿Qué porcentaje de alumnos ha ido de viaje?

4 Al adquirir un vehículo cuyo precio es de 8800 €, nos hacen un descuento del 7.5%. ¿Cuánto hay que pagar por el vehículo?

5 El precio de un ordenador es de 1200 € sin IVA. ¿Cuánto hay que pagar por él si el IVA es del 21%?

6 Al comprar un monitor que cuesta 450 € nos hacen un descuento del 8%. ¿Cuánto tenemos que pagar?

7 Se vende un artículo con una ganancia del 15% sobre el precio de costo. Si se ha comprado en 80 €. Halla el precio de venta.

8Cuál será el precio que hemos de marcar en un artículo cuya compra ha ascendido a 180 € para ganar al venderlo el 10%.

9 ¿Qué precio de venta hemos de poner a un artículo comparado a 280 €, para perder el 12% sobre el precio de venta?

10 Se vende un objeto perdiendo el 20% sobre el precio de compra. Hallar el precio de venta del citado artículo cuyo valor de compra fue de 150 €.

SOLUCIONES

Ejercicio nº 1.-

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad \frac{4}{10} = \frac{x}{60} & x = \frac{4 \cdot 60}{10} = 24 \\ \text{b)} \quad \frac{9}{12} = \frac{12}{x} & x = \frac{12 \cdot 12}{9} = 16 \\ \text{c)} \quad \frac{8}{32} = \frac{2}{x} & x = \frac{32 \cdot 2}{8} = 8 \\ \text{d)} \quad \frac{x}{6} = \frac{24}{x} & x^2 = 144 \quad x = \pm\sqrt{144} = \pm 12 \end{array}$$

Ejercicio nº 2.-

a)

$$\begin{array}{l} 25 \text{ cm} \xrightarrow{\text{I}} 300 \text{ vueltas} \\ 75 \text{ cm} \xrightarrow{\quad} x \text{ vueltas} \end{array} \quad \frac{300}{x} = \frac{75}{25} \quad x = \frac{300 \cdot 25}{75} = 100 \text{ vueltas}$$

b)

$$\begin{array}{l} 25 \text{ cm} \xrightarrow{\text{I}} x \text{ vueltas} \\ 75 \text{ cm} \xrightarrow{\quad} 300 \text{ vueltas} \end{array} \quad \frac{x}{300} = \frac{75}{25} \quad x = \frac{300 \cdot 75}{25} = 900 \text{ vueltas}$$

- c) La proporcionalidad entre el radio de una rueda y las vueltas que da es inversa, pero la proporcionalidad entre las vueltas de una rueda y la otra es directa, por lo que:

Directa	Vueltas de la 1ª	300	900	51	150	201	1200	1500	1800
	Vueltas de la 2ª	100	300	17	50	67	400	500	600

Ejercicio nº 3.-

$$\begin{array}{l} 800 \text{ alumnos} \xrightarrow{\quad} 600 \text{ alumnos} \\ 100 \text{ alumnos} \xrightarrow{\quad} x \text{ alumnos} \end{array} \quad \frac{800}{100} = \frac{600}{x} \quad x = \frac{600 \cdot 100}{800} = 75\%$$

Ejercicio nº 4.-

$$\begin{array}{l} 100 \text{ €} \xrightarrow{\quad} 7.5 \text{ €} \\ 8800 \text{ €} \xrightarrow{\quad} x \text{ €} \end{array} \quad \frac{8800}{100} = \frac{x}{7.5} \quad x = \frac{8800 \cdot 7.5}{100} = 660 \text{ €} \quad 8800 \text{ €} - 660 \text{ €} = 8140 \text{ €}$$

También se puede calcular directamente del siguiente modo:

$$\begin{array}{l} 100 \text{ €} \xrightarrow{\quad} 92.5 \text{ €} \\ 8800 \text{ €} \xrightarrow{\quad} x \text{ €} \end{array} \quad \frac{100}{8800} = \frac{92.5}{x} \quad x = \frac{8800 \cdot 92.5}{100} = 8140 \text{ €}$$

Ejercicio nº 5.-

100 € $\xrightarrow{\quad}$ 116 €
1200 € $\xrightarrow{\quad}$ x €

$$\frac{100}{1200} = \frac{116}{x}$$

$$x = \frac{1200 \cdot 116}{100} = 1392 \text{ €}$$

Ejercicio nº 6.-

100 € $\xrightarrow{\quad}$ 92 €
450 € $\xrightarrow{\quad}$ x €

$$\frac{100}{450} = \frac{92}{x}$$

$$x = \frac{450 \cdot 92}{100} = 414 \text{ €}$$

Ejercicio nº 7.-

100 € $\xrightarrow{\text{D}}$ 115 €
80 € $\xrightarrow{\quad}$ x €

$$\frac{100}{80} = \frac{115}{x}$$

$$x = \frac{115 \cdot 80}{100} = 92 \text{ €}$$

Ejercicio nº 8.-

venta **compra**
100 € $\xrightarrow{\text{D}}$ 90 €
x € $\xrightarrow{\quad}$ 180 €

$$\frac{100}{x} = \frac{90}{180}$$

$$x = \frac{180 \cdot 100}{90} = 200 \text{ €}$$

Ejercicio nº 9.-

venta **compra**
100 € $\xrightarrow{\text{D}}$ 112 €
x € $\xrightarrow{\quad}$ 280 €

$$\frac{100}{x} = \frac{112}{280}$$

$$x = \frac{280 \cdot 100}{112} = 250 \text{ €}$$

Ejercicio nº 10.-

100 € $\xrightarrow{\text{D}}$ 80 €
150 € $\xrightarrow{\quad}$ x €

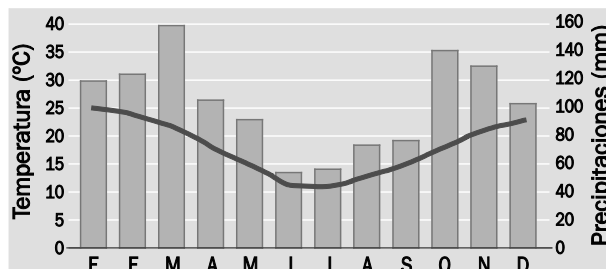
$$\frac{100}{150} = \frac{80}{x}$$

$$x = \frac{150 \cdot 80}{100} = 120 \text{ €}$$

8 Funciones. Propiedades globales

ACTIVIDADES INICIALES

8.I. Este es el climograma correspondiente a la ciudad de Buenos Aires para el año 2009.



¿En qué mes se alcanzan las temperaturas máximas? ¿Y las mínimas? ¿Cuáles son los meses de verano en Argentina?

Las temperaturas máximas se alcanzan en diciembre y enero, y las mínimas, en junio y julio. Las temperaturas varían al revés que en España, de forma que los meses de verano argentinos se corresponden con los de invierno españoles.

8.II. ¿Coinciden los meses más lluviosos con los de tu ciudad?

Respuesta variable, dependiendo de la ciudad.

8.III. ¿Qué tipo de ropa llevará un turista que visite Buenos Aires en enero?

El turista llevará en enero ropa de verano.

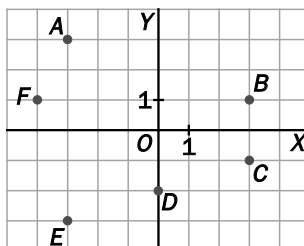
8.IV. Es posible que no tengas a mano los datos de las precipitaciones en tu ciudad. Representa en una gráfica sólo las temperaturas medias en cada mes, utilizando datos aproximados. Compara tu gráfico con el de tus compañeros.

Actividad con los compañeros. La gráfica variará según la ciudad.

ACTIVIDADES PROPUESTAS

8.1. Actividad resuelta.

8.2. Escribe las coordenadas de los puntos que aparecen en la figura.



$A(-3, 3)$

$B(3, 1)$

$C(3, -1)$

$D(-3, -3)$

8.3. (TIC) Representa estos puntos en unos ejes de coordenadas.

$A(4, -2)$

$C(-1, 3)$

$E(4, 4)$

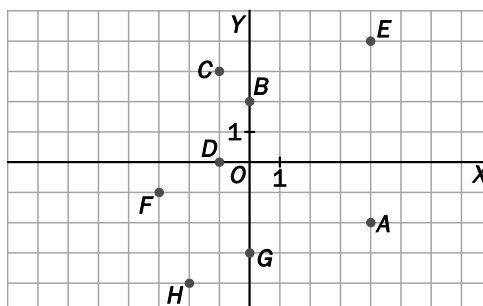
$G(0, -3)$

$B(0, 2)$

$D(-1, 0)$

$F(-3, -1)$

$H(-2, -4)$



8.4. (TIC) Representa estos puntos en unos ejes de coordenadas indicando su cuadrante.

$A(2, 2)$

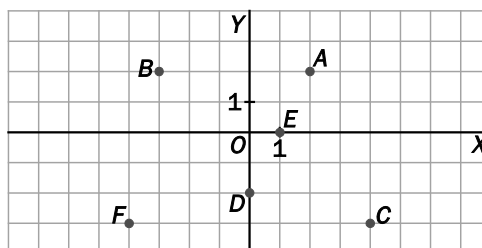
$C(4, -3)$

$E(1, 0)$

$B(-3, 2)$

$D(0, -2)$

$F(-4, -3)$



Primer cuadrante: $A(2, 2)$

Segundo cuadrante: $B(-3, 2)$

Tercer cuadrante: $F(-4, -3)$

Cuarto cuadrante: $C(4, -3)$

El punto $D(0, -2)$ está sobre el eje de ordenadas.

El punto $E(1, 0)$ está sobre el eje de abscisas.

8.5. ¿Verdadero o falso?

a) $A(-3, -1)$ pertenece al 3.º cuadrante.

b) $B(2, 0)$ está sobre el eje de ordenadas.

c) En el punto $C(4, -2)$, el 4 es la abscisa.

d) Los puntos $D(-1, 1)$ y $E(-4, -2)$ están en el 2.º cuadrante.

a) Verdadero.

b) Falso, está sobre el de abscisas.

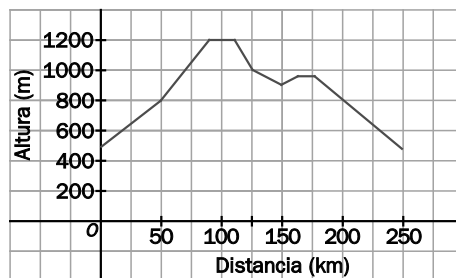
c) Verdadero.

d) Falso. D está en el 2.º cuadrante, y E , en el 3.º

8.6. Actividad interactiva.

8.7. Actividad resuelta.

- 8.8. La gráfica representa una etapa ciclista. A cada distancia al punto de salida le corresponde una determinada altitud.



- ¿Cuál es la variable independiente?
 - ¿Cuándo se alcanza la mayor altitud?
 - ¿Cuántos kilómetros se recorren en la etapa?
- La variable independiente es la distancia al punto de salida.
 - La mayor altitud se alcanza entre los 88 y 112 km de distancia al punto de salida.
 - Se recorren 250 km en la etapa.

- 8.9. Escribe la fórmula del perímetro de un triángulo equilátero en función de sus lados.

El perímetro P se obtiene multiplicando por 3 la longitud x del lado; por tanto: $P = 3x$.

- 8.10. En la tabla se representa la temperatura de una persona a lo largo de un día.

Hora	0	4	8	12	16	20	24
Temperatura (°C)	38	36	36,5	36	38	39	38

- ¿Cuál es la variable dependiente?
 - ¿Cuándo varió más la temperatura?
- La variable dependiente es la temperatura (°C).
 - La máxima variación se produjo entre las 0 y las 4 horas, y entre las 12 y las 16 horas.

- 8.11. En la tabla tienes el tiempo que se tarda en hacer un trabajo según los alumnos que participan.

Tiempo (horas)	6	3	2	1,5	1,2	1
N.º de alumnos	1	2	3	4	5	6

Si solo se dispone de media hora para preparar el trabajo, ¿cuántos alumnos deberían participar?

La relación entre las variables es inversamente proporcional. Por tanto, si para hacer el trabajo en 1 hora participan 6 alumnos, para la mitad de tiempo, media hora, participará el doble de alumnos, 12.

- 8.12. Actividad interactiva.

- 8.13. Actividad resuelta.

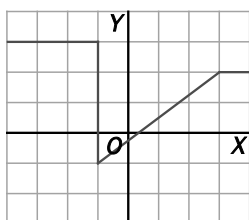
8.14. Actividad resuelta.

8.15. Di si las siguientes relaciones son funciones.

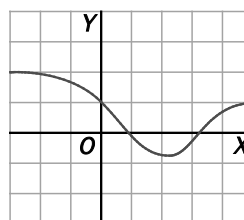
- a) El espacio entre dos ciudades y el tiempo que tarda un tren en ir de una a otra.
 - b) La duración de un partido de fútbol y los goles que se marcan.
 - c) La edad de un árbol y el número de anillos de su tronco.
- a) Sí es una función porque para cada valor de la distancia entre las dos ciudades hay un único valor del tiempo que tarda el tren en ir de una a otra.
- b) No, porque para un valor de la duración de los partidos de fútbol, el número de goles no es único.
- c) Sí, porque para cada valor de la edad hay un único valor del número de anillos del tronco.

8.16. Indica razonadamente si las siguientes gráficas representan funciones.

a)



b)



- a) No es una función porque para $x = -1$, la variable y toma infinitos valores.
- b) Sí es una función porque para cada valor de x hay un único valor de y .

8.17. Una función asigna a cada número entero el resultado de multiplicarlo por 4 y restarle 1.

- a) Escribe la fórmula general de dicha función.
- b) Calcula la imagen de 7.
- c) ¿Para qué número entero se obtiene una imagen de 11?

- a) $f(x) = 4 \cdot x - 1$
- b) $f(7) = 4 \cdot 7 - 1 = 28 - 1 = 27$
- c) $4x - 1 = 11 \Rightarrow x = 3$

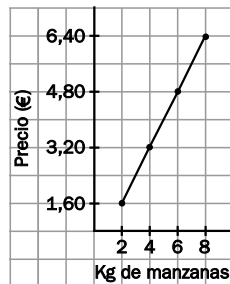
8.30. (TIC)

- a) Representa gráficamente la función que viene dada por la siguiente tabla

kg de manzanas	2	4	6	8
Precio en euros	1,60	3,20	4,80	6,40

- b) ¿Tiene sentido unir los puntos?

a)



- b) Sí tiene sentido unir los puntos, ya que se pueden adquirir cantidades de manzanas que no sean kilos enteros; por ejemplo, 3,57 kg.

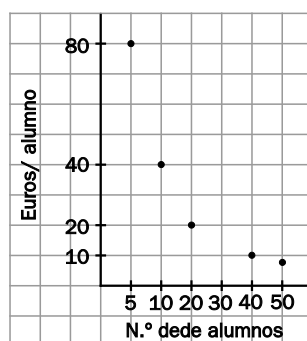
8.31. (TIC) Un grupo de alumnos va a alquilar un autobús para ir de excursión por 400 euros. El precio que debe pagar cada alumno depende de cuántos vayan a la excursión, según la siguiente tabla.

N.º de alumnos	5	10	20	40	50
Euros/alumno	80	40	20	10	8

- a) Representa la función correspondiente.

- b) ¿Tiene sentido unir los puntos?

a)



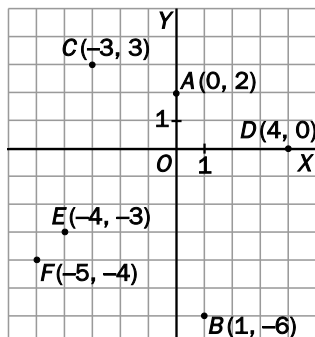
- b) No tiene sentido unir los puntos, puesto que el número de alumnos ha de ser entero. No tiene sentido hablar de 1,5 alumnos, por ejemplo.

EJERCICIOS

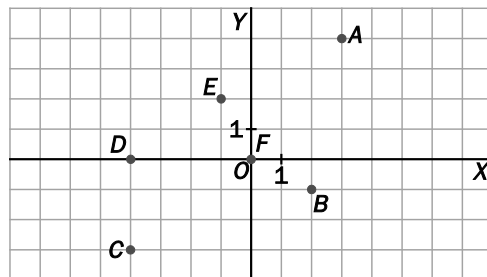
Coordenadas cartesianas

8.42. (TIC) Representa los puntos de coordenadas.

$A(0, 2)$ $B(1, -6)$ $C(-3, 3)$ $D(4, 0)$ $E(-4, -3)$ $F(-5, -4)$

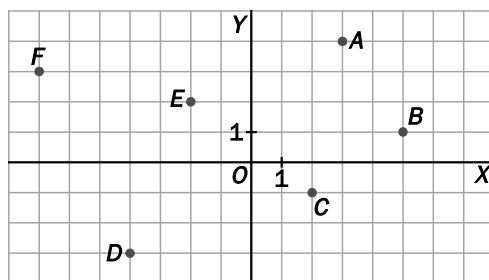


8.43. Escribe las coordenadas de los puntos representados en la siguiente figura.



$A(3, 4)$ $C(-4, -3)$ $E(-1, 2)$
 $B(2, -1)$ $D(-4, 0)$ $F(0, 0)$

8.44. Escribe las coordenadas de los puntos de la figura e indica en qué cuadrante se encuentran.



$A(3, 4)$. En el primer cuadrante
 $B(5, 1)$. En el primer cuadrante
 $C(2, -1)$. En el cuarto cuadrante
 $D(-4, -3)$. En el tercer cuadrante
 $E(-2, 2)$. En el segundo cuadrante
 $F(-7, 3)$. En el segundo cuadrante

8.45. Indica el cuadrante de cada punto.

a) $A(-2, -5)$

c) $C(5, 0)$

b) $B(1, 2)$

d) $D(-6, 8)$

a) Tercer cuadrante

c) Sobre el eje X

b) Primer cuadrante

d) Segundo cuadrante

8.46. Dado el punto $A(-3, 6)$, escribe las coordenadas de un punto B que tenga como abscisa el doble que A y esté sobre el eje de abscisas.

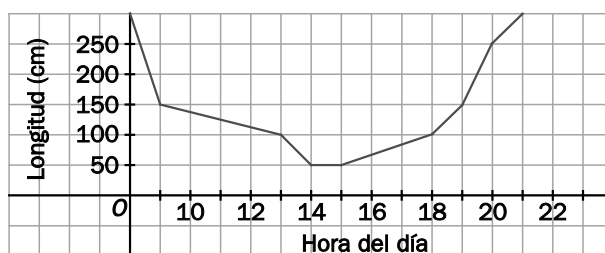
La abscisa es $x = 2 \cdot (-3) = -6$.

La ordenada ha de ser 0 para que esté sobre el eje X .

El punto es $B(-6, 0)$.

Fórmulas, tablas y gráficas

8.47. La siguiente gráfica muestra cómo varía la longitud de la sombra de un árbol a distintas horas del día.



a) ¿A qué hora la sombra fue menor?

b) ¿Cuánto medía la sombra a las 19.30?

c) ¿A qué horas la sombra mide lo mismo?

a) Entre las 14 y las 15 horas

b) 200 cm

c) Entre las 14 y las 15 horas

8.48. Escribe la fórmula asociada a la tabla.

x	-2	-1	0	1	2	6
y	-6	-3	0	3	6	18

La función asocia a cada número su triple; por tanto, la fórmula es: $f(x) = 3x$.

8.49. La siguiente tabla recoge dimensiones de rectángulos de 28 metros de perímetro.

Base (m)	2	2,5		7	9		10
Altura (m)			9		5	4,5	

a) Copia y completa la tabla en tu cuaderno.

b) ¿Algún rectángulo es un cuadrado?

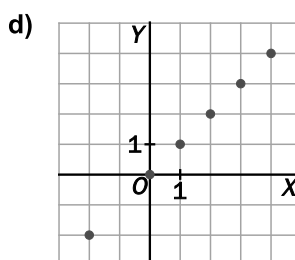
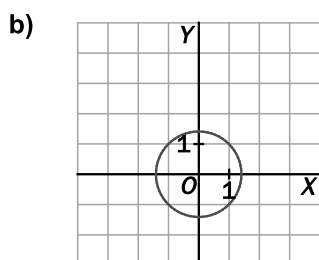
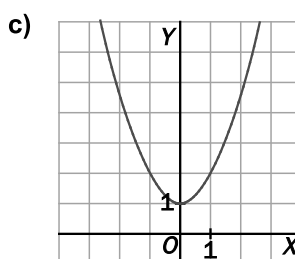
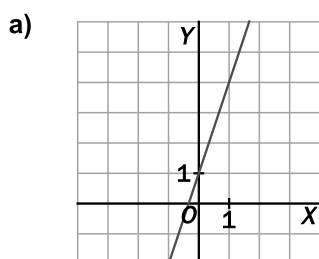
a) Utilizando la fórmula del perímetro de un rectángulo, $28 = 2 \cdot B + 2 \cdot A$, se obtiene:

Base (m)	2	2,5	5	7	9	9,5	10
Altura (m)	12	11,5	9	7	5	4,5	4

b) El rectángulo que tiene 7 m de base y 7 m de altura es un cuadrado.

Concepto de función. Representación gráfica

8.50. Indica cuáles de las siguientes gráficas representan una función y cuáles no.



a) Es función.

c) Es función.

b) No es función.

d) Es función.

8.51. (TIC) Calcula las imágenes de las siguientes funciones en los puntos que se indican.

a) $f(x) = 5x + 4$ $x = 2$

c) $f(x) = \frac{x+3}{x^2}$ $x = -3$

b) $f(x) = 3x(x - 5)$ $x = 5$

d) $f(x) = -x^2$ $x = -1$

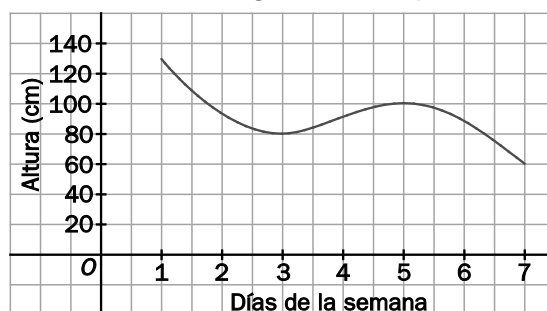
a) $f(2) = 14$

c) $f(-3) = 0$

b) $f(5) = 0$

d) $f(-1) = -1$

8.66. La siguiente gráfica muestra la altura del agua en un depósito a lo largo de una semana.



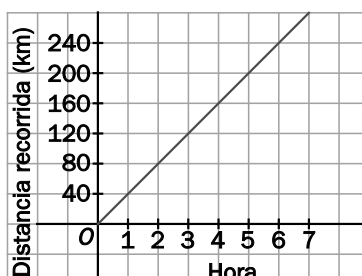
- ¿Qué día alcanzó la máxima altura? ¿Cuál fue?
 - ¿Cuándo alcanzó la mínima altura? ¿Cuál fue?
 - ¿Entre qué días creció el nivel? ¿En cuáles decreció?
 - Si el estudio hubiera durado más días, y la función alcanzase el eje X en el punto $(9, 0)$, ¿qué significado tendría el punto de corte?
- La máxima altura se alcanzó el primer día. Fue de 130 cm.
 - La mínima altura se alcanzó el séptimo día. El nivel del agua fue de 60 cm.
 - El nivel creció entre el 3.º y el 5.º día, y decreció del 1.º al 3.º y del 5.º al 7.º día.
 - Significaría que el noveno día se habría acabado completamente el agua del depósito.

8.67. (TIC) Un ciclista recorre 280 kilómetros a velocidad constante de 40 kilómetros por hora.

- Haz una tabla que exprese la duración del viaje.
- Escribe la función asociada a la tabla.
- Representa gráficamente la función.

Hora	0	2	4	6	7
Distancia recorrida (km)	0	80	160	240	280

- Cada hora, el ciclista recorre 40 km. Por tanto, en x horas recorre $40x$ kilómetros. La fórmula que indica la distancia recorrida en función del tiempo (en horas) transcurrido es $f(x) = 40 \cdot x$.
- Puesto que el ciclista tarda $280 : 40 = 7$ horas en realizar el recorrido completo, la gráfica no debe tener valores de x mayores de 7.



8.68. Para pasar de centímetros a pulgadas se multiplica por 2 y se divide entre 5.

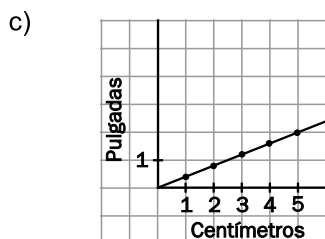
Si x representa el número de centímetros e y el de pulgadas:

- Escribe y en función de x
- Forma una tabla de valores
- Representa gráficamente los valores de la tabla.
- ¿Se pueden unir los puntos?

a) $y = \frac{2x}{5}$

b)

Cm	1	2	3	4	5
Pulgadas	0,4	0,8	1,2	1,6	2 ^{c)}



- d) Tiene sentido unir los puntos, ya que los valores seleccionados para formar la tabla son aleatorios, no necesariamente se han de transformar centímetros enteros.

8.69. (TIC) Dos compañías de teléfonos ofertan las siguientes condiciones en sus llamadas locales.

	Establecimiento de llamada	Precio por minuto
COMPañÍA A	0,02 €	0,03 €
COMPañÍA B	0,03 €	0,02 €

- Escribe la función que relaciona el coste de una llamada con su duración en A y en B.
- ¿Cuál es la variable independiente?
- Represéntalas en los mismos ejes.
- ¿A partir de qué momento resulta más rentable la compañía B?

a) Compañía A: $f(x) = 0,02 + 0,03 \cdot x$ Compañía B: $g(x) = 0,03 + 0,02 \cdot x$

- b) La variable independiente es el tiempo de duración de la llamada.

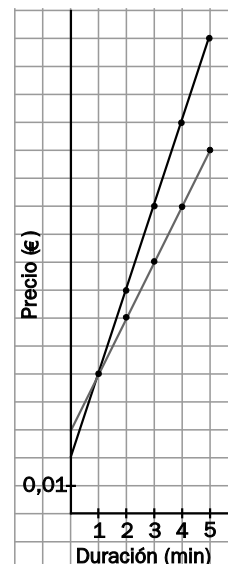
- c) Compañía A

Duración (min)	1	2	3	4	5
Precio (€)	0,05	0,08	0,11	0,14	0,17

Compañía B

Duración (min)	1	2	3	4	5
Precio (€)	0,05	0,07	0,09	0,11	0,13

- d) Transcurrido el primer minuto resulta más rentable la compañía B: la gráfica de B está por debajo de la gráfica de A a partir de $x = 1$.

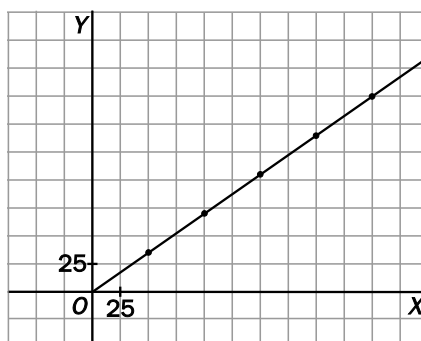


8.70. (TIC) En una tienda de deportes se ofertan todos sus artículos con un 30 % de descuento.

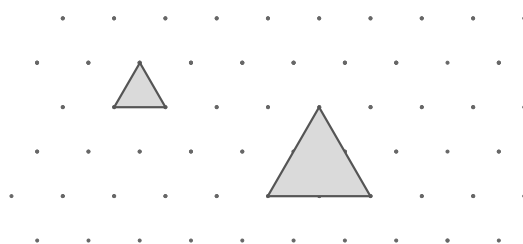
- a) Encuentra una fórmula que exprese el precio de cada uno de ellos después de hacer el descuento.
- b) Representa la función gráficamente teniendo en cuenta que el artículo más caro antes de la oferta costaba 250 euros.
- a) Como los artículos tienen un 30 % de descuento, el precio final es el 70 % del precio inicial. La función que transforma el precio inicial en el final es $f(x) = 0,70 \cdot x$.

b)

x	50	100	150	200	250
f(x)	35	70	105	140	175



8.71. Sobre un geoplano triangular como el representado en la figura se construyen triángulos de lado 1 unidad, 2 unidades, 3 unidades, etc.



- a) Calcula el número de puntos por los que pasa el contorno de cada triángulo.
- b) Copia y completa la siguiente tabla.

Unidades lineales de lado	1	2	3	4
N.º de puntos por los que pasa el contorno	3	6		

c) Encuentra la función que expresa el número de puntos por los que pasa el contorno de cada triángulo, en función de las unidades de lado.

a) El triángulo de lado 1 pasa por 3 puntos. El triángulo de lado 2 pasa por 6 puntos.

b)

Unidades lineales de lado	1	2	3	4
N.º de puntos por los que pasa	3	6	10	15

c) $y = \frac{(x+1) \cdot (x+2)}{2}$

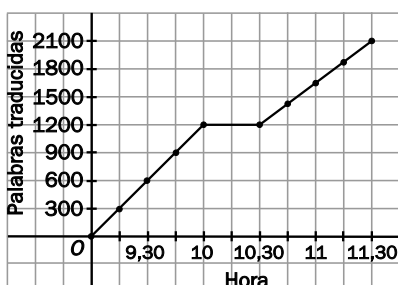
8.72. (TIC) Un traductor trabaja desde las 9.00 hasta las 11.30. Durante la primera hora traduce a un ritmo de 20 palabras por minuto. Después descansa media hora y luego continúa trabajando a 15 palabras por minuto.

- Construye una tabla de valores que exprese el número de palabras que lleva traducidas cada 15 minutos.
- Representa gráficamente los datos de la tabla.
- ¿Es una función continua? ¿Es siempre creciente?

a)

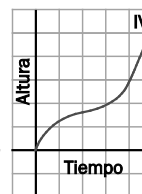
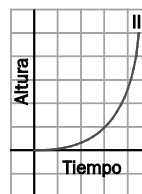
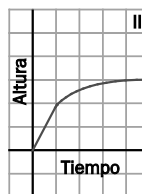
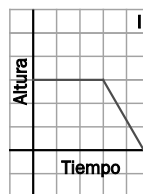
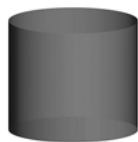
Hora	9.15	9.30	9.45	10.00	10.30	10.45	11.00	11.15	11.30
N.º de palabras	300	600	900	1200	1200	1425	1650	1875	2100

b)



- Se puede considerar como función continua porque el ritmo de 20 palabras por minuto es una media.

8.73. (TIC) Di si alguna de las gráficas se corresponde con el llenado de alguno de los recipientes que se muestran en la figura. En los que no sea posible, dibuja la gráfica correspondiente.

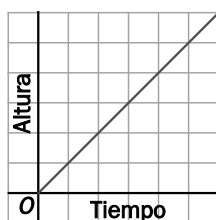


La gráfica 1 se puede descartar, ya que indica que el recipiente tiene agua al comenzar. También la gráfica 3, ya que se corresponde con el llenado de una botella que se llena muy despacio al principio, porque tiene una sección muy grande, y que cada vez se llena más rápido porque su sección se va estrechando.

La gráfica 2 corresponde al primer recipiente, primero se llena muy rápido y de forma lineal en la parte cilíndrica, y luego, más lento a medida que se asciende por el cono.

La gráfica 4 corresponde al llenado del recipiente 2. Este se llena en dos fases, primero la esfera y luego el cilindro. En la esfera, el crecimiento de la función debe ser rápido al principio, ya que las secciones transversales tienen un radio pequeño. Como el radio crece hasta el ecuador de la esfera, al principio, la velocidad a la que aumenta la altura del recipiente es decreciente. Después, el radio disminuye y, por tanto, la velocidad a la que crece la altura aumenta. El último tramo de la gráfica ha de ser una recta de gran pendiente, ya que es el llenado de un cilindro de radio pequeño.

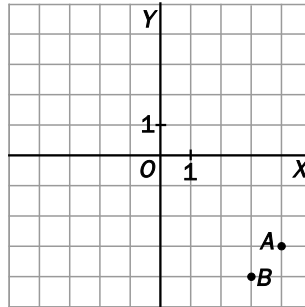
La gráfica correspondiente al recipiente 3 es:



AUTOEVALUACIÓN

8.1. Representa los siguientes puntos en los ejes de coordenadas.

- Un punto A de abscisa 4 y ordenada -3 .
- Un punto B de abscisa 3 y ordenada -4 .



8.2. La función f asigna a cada número natural el resultado de sumarle 3 y elevar la suma al cuadrado, y la función g asocia a cada número natural el resultado de elevarlo al cuadrado y sumarle 3.

- Escribe las expresiones de f y de g .
- ¿Son f y g funciones iguales?
- Halla las imágenes de 2, 5 y 0 según f .
- Halla las imágenes de 2, 5 y 0 según g .

a) $f(x) = (x + 3)^2$; $g(x) = x^2 + 3$

b) f y g son funciones diferentes.

c) $f(2) = (2 + 3)^2 = 5^2 = 25$

$f(5) = (5 + 3)^2 = 8^2 = 64$

$f(0) = (0 + 3)^2 = 9$

d) $g(2) = 2^2 + 3 = 7$

$g(5) = 5^2 + 3 = 28$

$g(0) = 0^2 + 3 = 3$

8.3. Si $f(x) = 2x - 3$, copia en tu cuaderno y halla los valores que faltan.

a) $f(-2) = \square$

c) $f(0) = \square$

b) $f(\square) = 0$

d) $f(\square) = 1$

a) $f(-2) = 2 \cdot (-2) - 3 = -4 - 3 = -7$

c) $f(0) = 2 \cdot 0 - 3 = -3$

b) $f(x) = 0 \Rightarrow 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$

d) $f(x) = 1 \Rightarrow 2x - 3 = 1 \Rightarrow x = \frac{4}{2} = 2$

8.4. Dada la función $y = 3x - 2$.

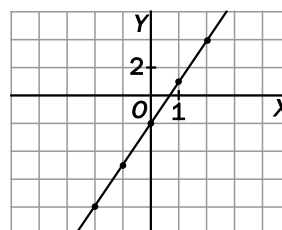
a) Construye una tabla de valores.

a)

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-5	-2	1	4

b) Representa gráficamente la función.

b)



PON A PRUEBA TUS COMPETENCIAS

Analiza e interpreta > El viaje de Sara

Sara ha estado este verano de viaje. Ha recorrido varias ciudades, en las que había diferencias de temperatura bastante grandes. Por curiosidad, ha ido apuntando en una tabla la temperatura media durante cada día de su viaje.

Día	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Temperatura (°C)	22	21	24	25		29	36	29	27	22	15	21	24	22	23

- 8.1. El quinto día, Sara no pudo apuntar la temperatura. Recuerda que subió, pero no demasiado bruscamente, y que el cambio al día siguiente fue mayor. ¿Qué dato podría encajar con esta descripción?

Podría ser, por ejemplo, 26 °C.

- 8.2. ¿Cuáles han sido las temperaturas máximas y mínimas durante el viaje?

La temperatura máxima y la mínima fueron 36 y 15 °C, respectivamente.

- 8.3. Suponiendo que en este viaje no salió de España, ¿cómo explicarías las diferencias de temperatura?

Las diferencias se explican por los distintos climas en España y por la altura a la que se encuentra cada día. El máximo podría corresponder a un día caluroso en alguna región semidesértica, ya que hay mucha variación respecto a los días más próximos, y el mínimo correspondería a una zona de montaña.

Sara quiere hacer un resumen de sus vacaciones, en el que pondrá fotos de los lugares visitados, recuerdos del viaje, etc.

A su madre no le gustan mucho las tablas de Sara, y le sugiere que quedaría mejor alguna gráfica con los datos que ha ido anotando durante todos esos días.

Además de las temperaturas, Sara ha recogido la distancia recorrida cada día y las horas de viaje.

Día	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Horas	6	1	3	1	1	3	3	4	0,25	3	3	2	1	0,25	0,25

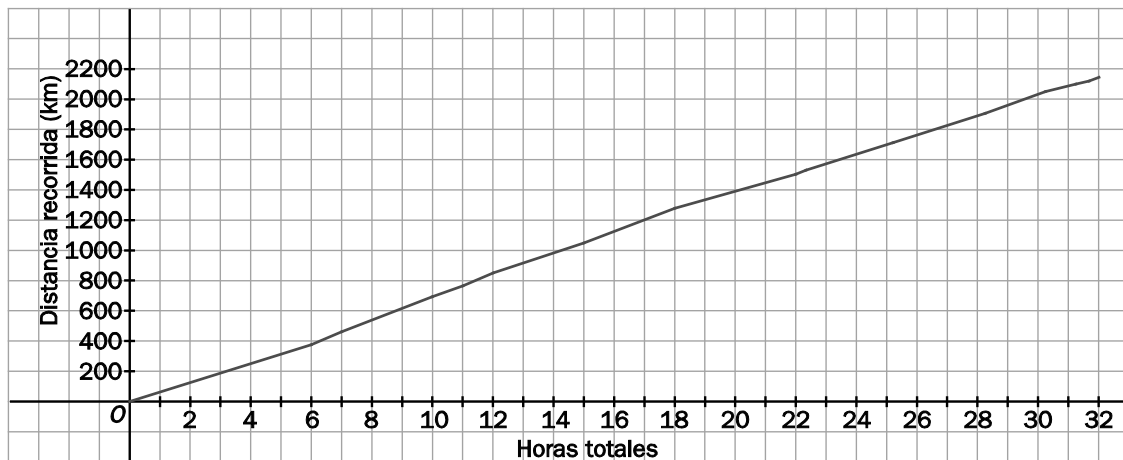
Día	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Distancia (km)	390	75	240	70	60	210	220	250	10	200	180	145	90	10	10

- 8.4. Sara ha decidido dibujar una sola gráfica. Para hacerlo, ha unido los datos en una tabla, en la que aparecen las horas totales y la distancia total recorrida. Completa la tabla y dibuja la gráfica correspondiente.

Horas totales	0	6	7	10											
Distancia recorrida (km)	0	390	465	705											

Horas totales	0	6	7	10	11	12	15	18
Distancia recorrida (km)	0	390	465	705	775	835	1045	1265

Horas totales	22	22,25	25,25	28,25	30,25	31,25	31,5	31,75
Distancia recorrida (km)	1515	1525	1725	1905	2050	2140	2150	2160



- 8.5. Sara ha hecho todo el viaje en coche. ¿Cuál ha sido su velocidad media?

La velocidad media ha sido $2160 : 31,75 = 68 \text{ km/h}$.

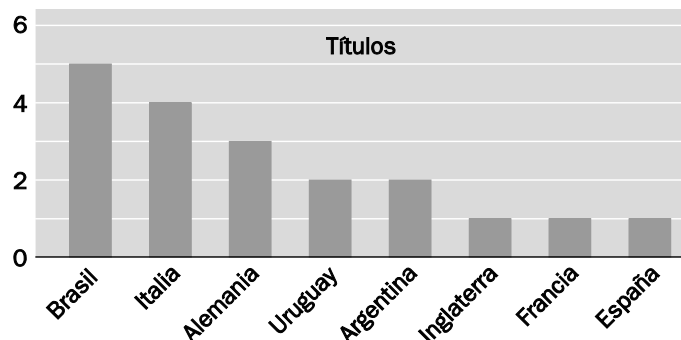
- 8.6. Sara escribió una carta a un amigo, en la que le contó su viaje. Escribe la carta. Debes dar información sobre el viaje, pero es una carta a un amigo, no te limites a dar los datos. Puedes usar también los datos de las temperaturas de la actividad anterior. ¡A ver quién cuenta el viaje más interesante!

Respuesta abierta. Cada alumno elaborará su propia carta.

14 Estadística y probabilidad

ACTIVIDADES INICIALES

- 14.I. Los campeonatos se han repartido de esta forma: Brasil (5), Italia (4), Alemania (3), Uruguay y Argentina (2), Inglaterra, Francia y España (1). Representa un diagrama de barras con estos datos.



- 14.II. Cerca de 6000 jugadores han disputado alguna fase final. La tabla recoge los que más goles han marcado y en cuántos partidos. Ordena la tabla teniendo en cuenta la media de goles por partido.

Jugador	País	Goles	Partidos
Ronaldo	Brasil	15	19
Gerd Müller	Alemania	14	13
Miroslav Klose	Alemania	14	19
Just Fontaine	Francia	13	6
Pelé	Brasil	12	14
Jürgen Klinsmann	Alemania	11	17
Sándor Kocsis	Hungría	11	5

Jugador	País	Goles	Partidos	Media
Sándor Kocsis	Hungría	11	5	2,20
Just Fontaine	Francia	13	6	2,17
Gerd Müller	Alemania	14	13	1,08
Pelé	Brasil	12	14	0,86
Ronaldo	Brasil	15	19	0,79
Miroslav Klose	Alemania	14	19	0,74
Jürgen Klinsmann	Alemania	11	17	0,65

- 14.III. En cada mundial se asigna un número de plazas a cada continente. En Sudáfrica 2010 hubo 13 países europeos, 6 africanos, 3 asiáticos, 5 sudamericanos, 3 del resto de América y 2 de Oceanía. Con este reparto, participaron selecciones muy débiles, como Corea del Norte, y se quedaron fuera otras más potentes, como Rusia. ¿Qué crees que debe ser más importante, que estén las mejores selecciones o que estén representados países de todo el mundo? Debate con tus compañeros.

Debate en el aula.

ACTIVIDADES PROPUESTAS

14.1. Actividad resuelta.

14.2. Clasifica los siguientes caracteres estadísticos en cualitativos o cuantitativos.

- a) El número de aprobados en un curso.
- b) Peso de los recién nacidos en un hospital.
- c) Color de las manzanas de una frutería.
- a) Cuantitativo
- b) Cuantitativo
- c) Cualitativo

14.3. Indica si estos caracteres tienen variables estadísticas discretas o continuas.

- a) Peso de los melones de una frutería.
- b) Libros leídos en un año por distintos niños.
- c) Goles marcados en los partidos de fútbol.
- a) Continua
- b) Discreta
- c) Discreta

14.4. Actividad resuelta.

14.5. (TIC) Los resultados obtenidos al lanzar un dado cúbico 33 veces han sido:

4 3 2 4 1 5 6 6 4 1 1
 2 2 3 5 5 5 1 4 3 6 3
 1 3 2 6 3 2 1 4 4 5 6

Construye una tabla estadística.

x_i	f_i	h_i	F_i
1	6	$\frac{6}{33} = 0,18$	6
2	5	$\frac{5}{33} = 0,15$	$6 + 5 = 11$
3	6	$\frac{6}{33} = 0,18$	$11 + 6 = 17$
4	6	$\frac{6}{33} = 0,18$	$17 + 6 = 23$
5	5	$\frac{5}{33} = 0,15$	$23 + 5 = 28$
6	5	$\frac{5}{33} = 0,15$	$28 + 5 = 33$
	33	1	

14.6. (TIC) Haz una tabla estadística con el número de goles por partido en una jornada de Liga:

1 4 3 0 6 1 2 3 2 4

x_i	f_i	h_i	F_i
0	1	$\frac{1}{10} = 0,1$	1
1	2	$\frac{2}{10} = 0,2$	$1 + 2 = 3$
2	2	$\frac{2}{10} = 0,2$	$3 + 2 = 5$
3	2	$\frac{2}{10} = 0,2$	$5 + 2 = 7$
4	2	$\frac{2}{10} = 0,2$	$7 + 2 = 9$
6	1	$\frac{1}{10} = 0,1$	$9 + 1 = 10$
	10	1	

14.7. Actividad interactiva.

14.8. Actividad resuelta.

14.9. (TIC) Haz una tabla estadística con los datos sobre la duración, en minutos, de 20 películas agrupándolas en clases de amplitud 25 minutos.

90 120 122 95 145 75 66 207 45 77
148 69 110 180 88 90 95 110 85 125

Duración (min)	Marcas de clase x_i	f_i	h_i	F_i
$45 \leq x < 70$	57,5	3	$\frac{3}{20} = 0,15$	3
$70 \leq x < 95$	82,5	6	$\frac{6}{20} = 0,30$	$3 + 6 = 9$
$95 \leq x < 120$	107,5	4	$\frac{4}{20} = 0,2$	$9 + 4 = 13$
$120 \leq x < 145$	132,5	3	$\frac{3}{20} = 0,15$	$13 + 3 = 16$
$145 \leq x < 170$	157,5	2	$\frac{2}{20} = 0,1$	$16 + 2 = 18$
$170 \leq x < 195$	182,5	1	$\frac{1}{20} = 0,05$	$18 + 1 = 19$
$195 \leq x < 220$	207,5	1	$\frac{1}{20} = 0,05$	$19 + 1 = 20$
		20	1	

14.10. (TIC) Construye una tabla estadística con las alturas, en metros, de los jugadores de baloncesto que participaron en el Mundial de Turquía 2010.

1,91 1,92 2,16 1,95 1,82 2,06 2,04 1,90 2,07 2,02 1,99 2,09

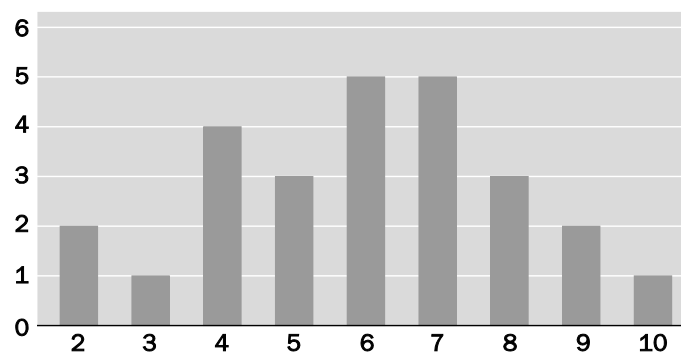
Altura (m)	Marcas de clase x_i	f_i	h_i	F_i
$1,82 \leq x < 1,92$	1,87	3	$\frac{3}{12} = 0,25$	3
$1,92 \leq x < 2,02$	1,97	3	0,25	$3 + 3 = 6$
$2,02 \leq x < 2,12$	2,07	5	0,42	$6 + 5 = 11$
$2,12 \leq x < 2,22$	2,17	1	0,08	$11 + 1 = 12$
		12	1	

14.11. (TIC) Los siguientes datos corresponden a las calificaciones obtenidas en Matemáticas en una clase de 2.º de ESO:

2 2 3 4 4 4 4 5 5 5 6 6 6 6 6 7 7 7 7 7 8 8 8 9 9 10

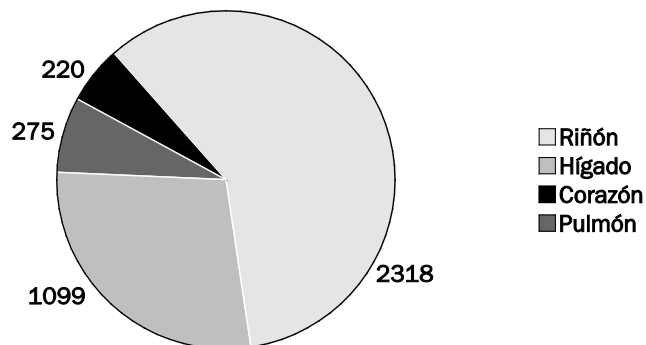
Construye una tabla de frecuencias y el diagrama de barras.

x_i	f_i	h_i	F_i
2	2	$\frac{2}{26} = 0,08$	2
3	1	0,04	$2 + 1 = 3$
4	4	0,15	$3 + 4 = 7$
5	3	0,12	$7 + 3 = 10$
6	5	0,19	$10 + 5 = 15$
7	5	0,19	$15 + 5 = 20$
8	3	0,12	$20 + 3 = 23$
9	2	0,08	$23 + 2 = 25$
10	1	0,04	$25 + 1 = 26$
	26	1	



- 14.12. (TIC) En la tabla se muestra el número de órganos donados en España en el año 2009. Representarlos en un diagrama de sectores.

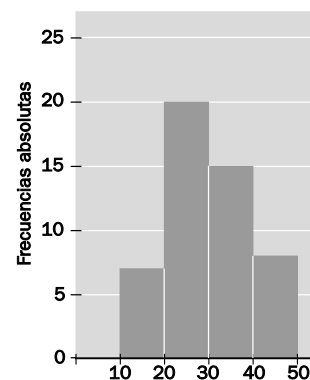
Órgano	Riñón	Hígado	Corazón	Pulmón
Número	2318	1099	275	220



- 14.13. Actividad resuelta.

- 14.14. (TIC) Haz un histograma de frecuencias absolutas con los datos que aparecen en la tabla.

Intervalos	Frecuencias absolutas
$10 \leq x < 20$	7
$20 \leq x < 30$	20
$30 \leq x < 40$	15
$40 \leq x < 50$	8

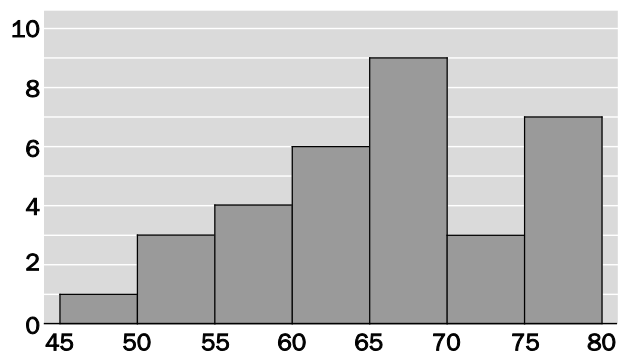


- 14.15. (TIC) Representa gráficamente los datos recogidos sobre la frecuencia cardiaca de 33 personas, considerando intervalos de amplitud 5.

67 72 56 51 62 66 69 67 63 77 75 52 47 66 58 65 79
77 59 60 76 62 62 61 67 75 76 56 54 72 65 68 70

Primero se agrupan los datos en una tabla de frecuencias absolutas y luego se construye el histograma.

Duración (min)	f_i
$45 \leq x < 50$	1
$50 \leq x < 55$	3
$55 \leq x < 60$	4
$60 \leq x < 65$	6
$65 \leq x < 70$	9
$70 \leq x < 75$	3
$75 \leq x < 80$	7



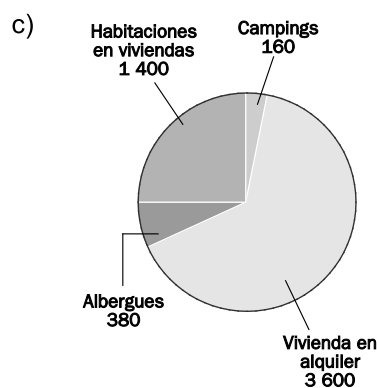
14.16. Actividad interactiva.

14.17. Actividad resuelta.

14.18. (TIC) El número de alojamientos rurales en cierta comunidad autónoma se distribuye según los datos recogidos en esta tabla.

Tipo de alojamiento	N.º de plazas
Campings	160
Viviendas en alquiler	3600
Albergues	380
Habitaciones en viviendas	1400

- ¿De qué tipo son los datos de estudio?
 - ¿Cuál es la moda?
 - Haz el diagrama de sectores
- De tipo cualitativo.
 - La moda es "viviendas de alquiler".

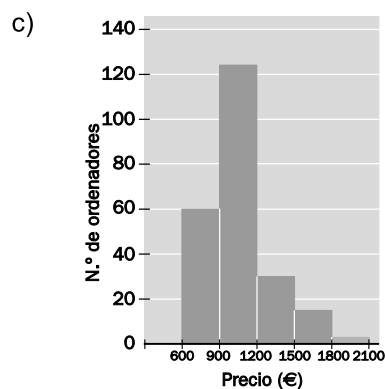


14.19. (TIC) La tabla siguiente expresa el precio de varios ordenadores personales que hay en una tienda de informática.

Precios (euros)	N.º de ordenadores
$600 \leq x < 900$	60
$900 \leq x < 1200$	124
$1200 \leq x < 1500$	30
$1500 \leq x < 1800$	15
$1800 \leq x < 2100$	3

- ¿Cuál es la clase modal?
 - ¿Cuál es la moda?
 - Representa los datos con un gráfico.
- La clase modal es el intervalo $900 \leq x < 1200$.
 - La moda es la marca de la clase modal:

$$\frac{1200 + 900}{2} = 1050.$$



14.20. Actividad resuelta.

14.21. Para hallar la nota de Matemáticas se multiplica por 5 la nota de problemas, por 4 la nota de cálculo y por 1 la nota de teoría.

Beatriz saca 8, 7 y 10, respectivamente, en cada apartado.

a) ¿Cuál es su calificación final?

b) ¿Cuántos puntos más debe sacar en cálculo para que su media sea de 9?

a) Su calificación final es: $\frac{5 \cdot 8 + 4 \cdot 7 + 10 \cdot 1}{5 + 4 + 1} = \frac{78}{10} = 7,8$.

b) Si x es la nota que debe sacar en cálculo para que la media sea 9:

$$\frac{5 \cdot 8 + 4 \cdot x + 10 \cdot 1}{5 + 4 + 1} = 9 \Rightarrow \frac{50 + 4x}{10} = 9 \Rightarrow x = \frac{90 - 50}{4} = 10$$

Como sacó un 7 en cálculo, debe sacar 3 puntos más para que su media sea 9.

14.22. (TIC) Elabora una tabla estadística para estos datos agrupándolos en clases de amplitud 5.

147 145 148 150 156 162 158 154 152 164 146 145 141 153 161 164 142 147

Halla la media de los datos agrupados utilizando las marcas de clase.

Datos	Marcas de clase x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$
$141 \leq x < 146$	143,5	4	574
$146 \leq x < 151$	148,5	5	742,5
$151 \leq x < 156$	153,5	3	460,5
$156 \leq x < 161$	158,5	2	317
$161 \leq x < 166$	163,5	4	654
		18	2748

La media es $\frac{2748}{18} = 152,67$.

14.23. Actividad interactiva.

14.24. (TIC) Calcula la mediana de los siguientes datos.

a) 2, 5, 1, 0, 6, 3, 7

b) 15, 21, 3, 49, 10, 47, 32, 47, 35, 12

c) 12, 8, 15, 12, 7, 8, 8, 15, 8

d) 1,3; 0; 2,7; 1,2; 0; 0; 1,3; 2,4; 0; 0,9

a) 0, 1, 2, 3, 5, 6, 7. Mediana = 3

b) 3, 10, 12, 15, 21, 32, 35, 47, 49. Mediana = 21

c) 7, 8, 8, 8, 8, 12, 12, 15, 15. Mediana = 8

d) 0; 0; 0; 0; 0,9; 1,2; 1,3; 1,3; 2,4; 2,7. Mediana = $\frac{0,9 + 1,2}{2} = 1,05$

- 14.25. (TIC) Los siguientes datos indican el tiempo semanal, en horas, que dedican 34 niños a jugar con la consola.

6 6 7 5 3 5 5 6 7 7 3 4 6 4 5 6 7 4 6 6 7 6 6 4 5 5 4 5 5 6 5 5 5 5

Halla la mediana.

3 3 4 4 4 4 4 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 7 7 7 7 7

Mediana = 5

- 14.26. Actividad resuelta.

- 14.27. Halla el rango de las edades de los componentes de una banda musical:

15 34 18 25 29 14 22 31 29 16 32

Rango = $34 - 14 = 20$

- 14.28. Actividad interactiva.

- 14.29. Halla la desviación media de cada grupo:

Grupo A: 72 65 71 56 59 63 61 70 52 49

Grupo B: 50 93 90 70 69 68 72 71 70 71

¿Qué conclusión puedes sacar a la vista de los resultados obtenidos?

$$\text{Grupo A: } \bar{x}_A = \frac{72 + 65 + 71 + 56 + 59 + 63 + 61 + 70 + 52 + 49}{10} = 61,8$$

$$\text{Grupo B: } \bar{x}_B = \frac{50 + 93 + 90 + 70 + 69 + 68 + 72 + 71 + 70 + 71}{10} = 72,4$$

Grupo A:

Datos	Diferencias (Dato – media)	Diferencia
49	-12,8	12,8
52	-9,8	9,8
56	-5,8	5,8
59	-2,8	2,8
61	-0,8	0,8
63	1,2	1,2
65	3,2	3,2
70	8,2	8,2
71	9,2	9,2
72	10,2	10,2
		64

Grupo B:

Datos	Diferencias (Dato – media)	Diferencia
50	-22,4	22,4
68	-4,4	4,4
69	-3,4	3,4
70	-2,4	2,4
70	-2,4	2,4
71	-1,4	1,4
71	-1,4	1,4
72	-0,4	0,4
90	17,6	17,6
93	20,6	20,6
		76,4

La desviación media del grupo A es $\frac{64}{10} = 6,4$.

La desviación media del grupo B es $\frac{76,4}{10} = 7,64$.

Como la desviación media del grupo B es superior a la del A, sus datos están más dispersos.

EJERCICIOS

Caracteres y variables estadísticos

14.48. Copia en tu cuaderno la tabla y coloca cada uno de los siguientes caracteres estadísticos en la columna correspondiente.

CARACTERES ESTADÍSTICOS		
Cualitativos	Cuantitativos	
	Variables discretas	Variables continuas
•	•	•

- a) Peso de una persona
- b) Número de pulsaciones
- c) Profesión
- d) Color de ojos
- e) Número de compañeros
- f) Perímetro craneal
- g) Estado civil
- h) Empleados en una empresa
- i) Medida de la palma de la mano
- j) Número de libros leídos en un año
- k) Deporte preferido
- l) Distancia de tu casa a la biblioteca
- m) Sexo de los nacidos en un hospital
- n) Temperaturas mínimas de una semana
- o) Número de veces que se va al cine
- p) Género favorito de los miembros de una asociación de cinéfilos.

CARACTERES ESTADÍSTICOS		
Cualitativos	Cuantitativos	
	Variables discretas	Variables continuas
Profesión Color de ojos Estado civil Deporte preferido Sexo de los nacidos en un hospital Género favorito de los miembros de una asociación de cinéfilos	Número de compañeros Empleados en una empresa Número de libros leídos en un año Temperaturas mínimas de una semana Número de veces que se va al cine	Peso de una persona Número de pulsaciones Perímetro craneal Medida de la palma de la mano Distancia de tu casa a la biblioteca

14.49. Los alumnos de 2.º de ESO de un centro escolar visitan un jardín botánico y tienen que tomar datos para un trabajo de estadística en el que estudien:

- a) Caracteres estadísticos cualitativos.
- b) Variables estadísticas discretas.
- c) Variables estadísticas continuas.

Da tres ejemplos para cada uno de los apartados.

- a) Color de la hoja, procedencia, estación de floración.
- b) Número de riegos diarios necesarios, número de podas anuales, número de cotiledones de la semilla.
- c) Altura de la planta, grosor del tallo, superficie de la hoja.

Recuento de datos. Frecuencias

14.50. (TIC) Las edades de los componentes de una compañía de teatro juvenil son las siguientes.

15 17 14 19 17 16 13 12 15 16 13 12 19 13 12 18 17 16 15 14 13 12

- a) Efectúa el recuento.
- b) Forma la tabla de frecuencias completa.

a)

Edad	N.º de personas
12	4
13	4
14	2
15	3
16	3
17	3
18	1
19	2

b)

x_i	f_i	h_i	F_i
12	4	$\frac{4}{22} = 0,18$	4
13	4	0,18	8
14	2	0,09	10
15	3	0,14	13
16	3	0,14	16
17	3	0,14	19
18	1	0,05	20
19	2	0,09	22
	22	1	

14.51. (TIC) Estas fueron las temperaturas máximas en una ciudad durante el mes de abril.

12 16 15,5 20 18 13 19,5 17 19 19
 18,5 15 13 20,5 20 19 18 17 16 15
 11,5 19 19 17 20 21 18 16 13 13,5

- a) Haz el recuento de los datos agrupados en 4 clases de amplitud 3.
- b) Forma la tabla con las marcas de clase y las frecuencias.

a) y b)

Datos	Marcas de clase x_i	f_i	h_i	F_i
$11,5 \leq x < 14,5$	13	6	$\frac{6}{30} = 0,2$	6
$14,5 \leq x < 17,5$	16	9	0,3	15
$17,5 \leq x < 20,5$	19	13	0,43	28
$20,5 \leq x < 23,5$	22	2	0,07	30
		30	1	

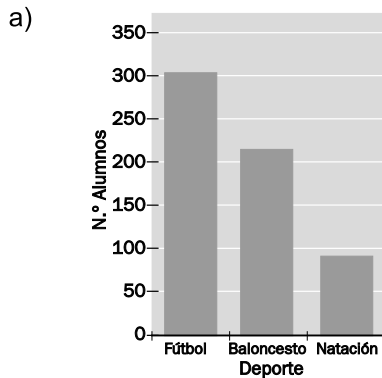
Gráficos estadísticos

14.52. (TIC) El deporte preferido de un grupo de escolares viene dado por esta tabla.

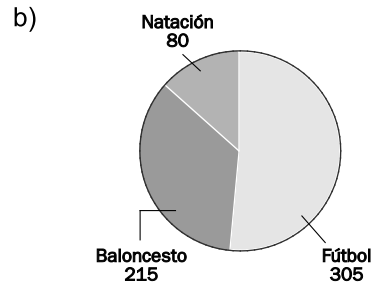
Deporte	Fútbol	Baloncesto	Natación
Alumnos	305	215	80

Representa la información en un gráfico.

a) Mediante un diagrama de barras.



b) Mediante un diagrama de sectores.



14.53. (TIC) Las alturas, en centímetros, de 20 plantas de una determinada especie son estas.

6,1 5,3 6,2 5,6 4,8 4,9 5,2 5,6 6,1 6,2

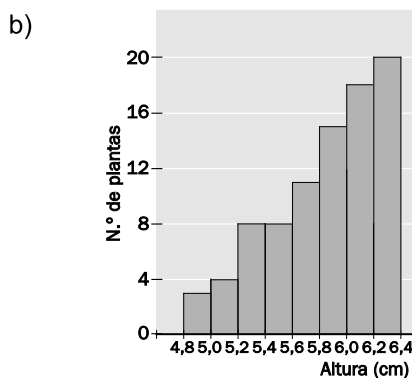
5,9 5,8 5,7 5,1 4,9 5,2 5,3 6,1 5,9 5,8

a) Elabora una tabla estadística para estos datos agrupándolos en 8 intervalos.

b) Haz el histograma de frecuencias absolutas acumuladas con los datos de la tabla.

a)

Datos	Marca de clase x_i	f_i	h_i	F_i
$4,8 \leq x < 5$	4,9	3	$\frac{3}{20} = 0,15$	3
$5 \leq x < 5,2$	5,1	1	0,05	4
$5,2 \leq x < 5,4$	5,3	4	0,2	8
$5,4 \leq x < 5,6$	5,5	0	0	8
$5,6 \leq x < 5,8$	5,7	3	0,15	11
$5,8 \leq x < 6$	5,9	4	0,2	15
$6 \leq x < 6,2$	6,1	3	0,15	18
$6,2 \leq x < 6,4$	6,3	2	0,1	20
		20	1	



Media aritmética. Moda. Mediana

14.54. Halla la media aritmética y la moda de los siguientes conjuntos de datos.

a) 2 1 4 6 3

c) 5 5 5 5 5 5 5 5

b) 7 8 4 3 6 7

d) 6 5 4 3 7 6 5 4 3 0 7 5

a) $\bar{x} = \frac{2+1+4+6+3}{5} = 3,2$. Todos los datos son moda.

b) $\bar{x} = \frac{7+8+4+3+6+7}{6} = 5,83$. La moda es 7.

c) $\bar{x} = 5$. La moda es 5.

d) $\bar{x} = \frac{6+5+4+3+7+6+5+4+3+0+7+5}{12} = 4,58$. La moda es 5.

14.55. Halla el dato que falta en la serie 7 6 5 4 3 7 6 5 sabiendo que la moda es 5.

Una vez hallado el dato, calcula la media aritmética.

Para que la moda sea 5, este dato debe aparecer más que los otros. Por tanto, el que falta es 5.

$\bar{x} = \frac{7+6+5+4+3+7+6+5+5}{9} = 5,33$

14.56. Calcula la mediana de los siguientes conjuntos de datos.

a) 15 17 14 19 17 16 13

c) 12 18 17 16 15 14 13 12 15 10

b) 15 17 14

d) 4 7 5 6 6 8 8 8 6 6 8 9

a) 13 14 15 16 17 17 19. Mediana = 16

b) 14 15 17. Mediana = 15

c) 10 12 12 13 14 15 15 16 17 18. Mediana = $\frac{14+15}{2} = 14,5$

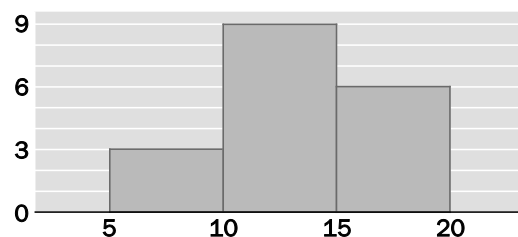
d) 4 5 6 6 6 6 7 8 8 8 8 9. Mediana = $\frac{6+7}{2} = 6,5$

14.57. Basándote en el siguiente histograma:

a) Construye una tabla de frecuencias.

b) ¿Cuál es la media de los datos?

c) ¿Cuál es la clase modal?



a)

Datos	Marcas de clase x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$
$5 \leq x < 10$	7,5	3	22,5
$10 \leq x < 15$	12,5	9	112,5
$15 \leq x < 20$	17,5	6	105
		18	240

b) La media de los datos es $\frac{240}{18} = 13,3$.

c) La clase modal es $10 \leq x < 15$.

- 14.58. En una oposición, la nota final se obtiene dando un peso del 60 % al ejercicio escrito y de un 40 % a los méritos previos.

Un opositor ha obtenido un 6,785 en el ejercicio escrito y tiene 4,7 puntos de méritos. Si la nota de corte para obtener plaza ha estado en 5,8, ¿obtiene plaza?

$$\text{Media: } 6,785 \cdot 0,6 + 4,7 \cdot 0,4 = 5,951$$

Como su media es superior a la nota de corte, sí obtiene plaza.

- 14.59. Copia en tu cuaderno la tabla y complétala con los datos que faltan.

Datos	2	4	6	8
Frecuencia absoluta	3	•	•	•
Frecuencia relativa	•	•	0,4	•
Frecuencia acumulada	•	8	•	20

Calcula también la media, la moda y la mediana.

El total de datos es 20 por ser ese el valor de la frecuencia absoluta acumulada del último valor.

$$F_1 = f_1 = 3; 3 + f_2 = 8 \Rightarrow f_2 = 5; \frac{f_3}{20} = 0,4 \Rightarrow f_3 = 8$$

$$F_3 = 8 + 8 = 16; f_4 = 20 - 16 = 4$$

Datos	2	4	6	8
Frecuencia absoluta	3	5	8	4
Frecuencia relativa	0,15	0,25	0,4	0,2
Frecuencia acumulada	3	8	16	20

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 + 6 \cdot 8 + 8 \cdot 4}{20} = 5,3.$$

$$\text{Moda} = 6.$$

$$\text{Mediana} = 6$$

14.60. (TIC) El ahorro de 100 familias a lo largo de un año viene expresado por la siguiente tabla.

- Halla el ahorro medio.
- ¿Cuál es la clase modal?
- ¿Cuál es la moda?
- Representa el histograma y el polígono de frecuencias.

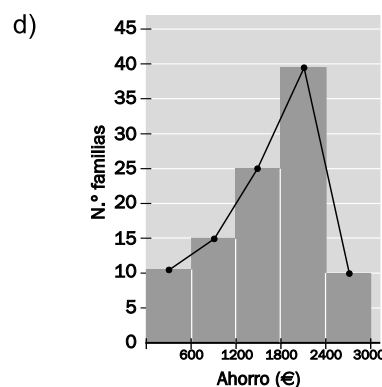
Ahorro (en euros)	Número de familias
$0 \leq x < 600$	11
$600 \leq x < 1200$	15
$1200 \leq x < 1800$	25
$1800 \leq x < 2400$	39
$2400 \leq x < 3000$	10
	100

Ahorro (en euros)	Marcas de clase x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$
$0 \leq x < 600$	300	11	3300
$600 \leq x < 1200$	900	15	13 500
$1200 \leq x < 1800$	1500	25	37 500
$1800 \leq x < 2400$	2100	39	81 900
$2400 \leq x < 3000$	2700	10	27 000
		100	163 200

a) Ahorro medio: $\frac{163\,200}{100} = 1632 \text{ €}$

c) Moda = 2100

b) Clase modal: $1800 \leq x < 2400$



14.61. La media de 5 números es 39,2. La media de otros 7 números diferentes es 64,8. Calcula:

- Cuánto suman los 5 primeros números.
 - Cuánto suman los otros 7 números.
 - La media de todos los números juntos.
- La media indica que si todos los números fuesen iguales, su valor sería 39,2. Por tanto, su suma es $39,2 \cdot 5 = 196$.
 - Por la misma razón, la suma de los 7 números es $64,8 \cdot 7 = 453,6$.
 - Habría 5 números iguales a 39,2 y 7 iguales a 64,8 $\Rightarrow \bar{x} = \frac{5 \cdot 39,2 + 7 \cdot 64,8}{12} = \frac{196 + 453,6}{12} = 54,13$.

Medidas de dispersión

14.62. Averigua cuál de los siguientes conjuntos de datos tiene mayor dispersión.

a) 2 6 3 8 10 32 15

b) 110 112 111 113 111 110 111

c) 2,5 2,5 2,5 3,5 3,5 3,5

a) $\bar{x} = \frac{2+6+3+8+10+32+15}{7} = 10,86$

$$D_{\bar{x}} = \frac{|2-10,86| + |6-10,86| + |3-10,86| + |8-10,86| + |10-10,86| + |32-10,86| + |15-10,86|}{7} = 7,23$$

b) $\bar{x} = \frac{110+112+111+113+111+110+111}{7} = 111,14$

$$D_{\bar{x}} = \frac{|110-111,14| + |112-111,14| + |111-111,14| + |113-111,14| + |111-111,14| + |110-111,14| + |111-111,14|}{7} = 0,77$$

c) $\bar{x} = \frac{2,5+2,5+2,5+3,5+3,5+3,5}{6} = 3$

$$D_{\bar{x}} = \frac{|2,5-3| + |2,5-3| + |2,5-3| + |3,5-3| + |3,5-3| + |3,5-3|}{6} = 0,5$$

El conjunto de mayor dispersión es el del apartado a porque tiene la mayor desviación media.

14.63. Después de medirse, un grupo de amigos ha obtenido los siguientes resultados en centímetros.

165 167 162 175 171 169 172 170 169 171 172 175 169 170 172 166

Faltaba por llegar Luis, que mide 196 centímetros.

a) ¿Se altera el valor del rango?

b) Si Luis hubiese medido 174 centímetros, ¿se habría alterado el valor del rango?

a) El rango antes de llegar Luis es $175 - 162 = 13$.

Después de llegar Luis es $196 - 162 = 34$. Por tanto, sí se altera.

b) Si Luis hubiese medido 174 centímetros, no se habría alterado el valor del rango.

14.64. Los jugadores de dos equipos de fútbol se han pesado y los datos, en kilogramos, son los siguientes.

Equipo A: 72 65 71 56 59 63 61 70 52 49 68

Equipo B: 61 82 84 73 77 70 69 68 72 71 70

- Calcula el recorrido de cada equipo.
- Calcula la media en cada equipo.
- Calcula la desviación media para cada equipo.
- ¿Qué equipo tiene los datos más dispersos?

a) Recorrido del equipo A: $72 - 49 = 23$; recorrido del equipo B: $84 - 61 = 23$

b) $\bar{x}_A = \frac{49 + 52 + 56 + 59 + 61 + 63 + 65 + 68 + 70 + 71 + 72}{11} = 62,36$

$\bar{x}_B = \frac{61 + 68 + 69 + 70 + 70 + 71 + 72 + 73 + 77 + 82 + 84}{11} = 72,45$

c) Equipo A

x_i	Diferencias ($x_i - \bar{x}_A$)	Diferencia
49	-7,64	7,64
52	-4,64	4,64
56	-0,64	0,64
59	2,36	2,36
61	4,36	4,36
63	6,36	6,36
65	8,36	8,36
68	11,36	11,36
70	13,36	13,36
71	14,36	14,36
72	15,36	15,36
		88,8

Equipo B

x_i	Diferencias ($x_i - \bar{x}_B$)	Diferencia
61	-11,45	11,45
68	-4,45	4,45
69	-3,45	3,45
70	-2,45	2,45
70	-2,45	2,45
71	-1,45	1,45
72	-0,45	0,45
73	0,55	0,55
77	4,55	4,55
82	9,55	9,55
84	11,55	11,55
		52,35

$D_{\bar{x}_A} = \frac{88,8}{11} = 8,07$

$D_{\bar{x}_B} = \frac{52,35}{11} = 4,76$

d) El equipo A tiene los datos más dispersos que el B.

Sucesos. Probabilidad

14.65. Javier tiene una bolsa con pinturas de color naranja, amarillo y rosa. Sin mirar, saca dos pinturas para dárselas a Susana.

- Escribe el espacio muestral.
- Da dos sucesos compatibles.
- Escribe dos sucesos incompatibles.

Se debe suponer que hay varios lápices de cada color.

a) $E = \{NN, NA, NR, AA, AR, RR\}$

b) $A =$ "Una de las pinturas extraídas es naranja" y $B =$ "Una de las pinturas extraídas es amarilla".

c) $A =$ "Las dos pinturas extraídas son naranjas" y $B =$ "Alguna de las pinturas extraídas es rosa".