

Operaciones con fracciones

SUMA Y RESTA DE FRACCIONES DEL MISMO DENOMINADOR

- Para sumar fracciones del mismo denominador, se suman los numeradores y se deja el mismo denominador.

Ejemplo:
$$\frac{4}{6} + \frac{3}{6} + \frac{8}{6} = \frac{4 + 3 + 8}{6} = \frac{15}{6}$$

- Para restar fracciones del mismo denominador, se restan los numeradores y se deja el mismo denominador.

Ejemplo:
$$\frac{9}{7} - \frac{3}{7} = \frac{9 - 3}{7} = \frac{6}{7}$$

1

Calcula las siguientes sumas de fracciones.

$$\frac{12}{7} + \frac{4}{7} + \frac{20}{7} =$$

$$\frac{21}{13} + \frac{14}{13} + \frac{10}{13} =$$

$$\frac{15}{11} + \frac{10}{11} + \frac{21}{11} =$$

$$\frac{31}{17} + \frac{41}{17} + \frac{38}{17} =$$

2

Calcula las siguientes restas de fracciones.

$$\frac{23}{7} - \frac{14}{7} =$$

$$\frac{89}{13} - \frac{78}{13} =$$

$$\frac{43}{11} - \frac{29}{11} =$$

$$\frac{103}{19} - \frac{94}{19} =$$

3

Calcula las siguientes sumas y restas combinadas.

$$\bullet \frac{9}{2} + \frac{13}{2} - \left(\frac{4}{2} + \frac{1}{2} \right) =$$

$$\bullet \frac{8}{3} - \left(\frac{7}{3} - \frac{4}{3} \right) + \frac{12}{3} =$$

$$\bullet \frac{9}{7} - \frac{5}{7} + \left(\frac{3}{7} - \frac{1}{7} \right) + \frac{3}{7} =$$

$$\bullet \frac{14}{11} - \left(\frac{3}{11} + \frac{1}{11} + \frac{2}{11} \right) + \frac{8}{11} =$$

$$\bullet \frac{21}{13} - \left(\frac{4}{13} - \frac{1}{13} \right) + \frac{11}{13} + \frac{2}{13} =$$

4

En el cumpleaños de Ana se dividió una tarta en 12 partes iguales. Ana se comió $\frac{1}{12}$ de tarta, Luisa se comió $\frac{2}{12}$ de tarta, Pedro se comió $\frac{3}{12}$ de tarta y Carlos se comió $\frac{4}{12}$ de tarta.

a) ¿Qué fracción de tarta se comieron entre los cuatro amigos?

b) ¿Qué fracción de tarta quedó?

REDUCCIÓN DE FRACCIONES A COMÚN DENOMINADOR POR EL MÉTODO DE LOS PRODUCTOS CRUZADOS

Para reducir fracciones a común denominador por el método de los productos cruzados, se multiplican el numerador y el denominador de cada fracción por el producto de los denominadores de las demás.

Ejemplo: Vamos a reducir a común denominador las fracciones:

$$\frac{3}{2} \quad \frac{5}{4} \quad \frac{1}{5}$$
$$\frac{3}{2} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{60}{40}; \quad \frac{5}{4} = \frac{5 \cdot 2 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{50}{40}; \quad \frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 4}{2 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{8}{40}$$

Las fracciones buscadas son:

$$\frac{60}{40} \quad \frac{50}{40} \quad \frac{8}{40}$$

1

Reduce a común denominador por el método de los productos cruzados las siguientes fracciones.

$$\frac{4}{5} \text{ y } \frac{2}{10}$$

$$\frac{3}{8} \text{ y } \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3} \text{ y } \frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{3}, \frac{3}{5} \text{ y } \frac{4}{7}$$

$$\frac{3}{5}, \frac{4}{9} \text{ y } \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{7}, \frac{3}{8} \text{ y } \frac{1}{5}$$

REDUCCIÓN DE FRACCIONES A COMÚN DENOMINADOR POR EL MÉTODO DEL MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

Para reducir fracciones a común denominador por el método del mínimo común múltiplo se procede así:

- 1.º Se calcula el mínimo común múltiplo de los denominadores, y ese valor es el denominador común de todas las fracciones.
- 2.º Se divide el mínimo común múltiplo por el denominador de cada fracción y el cociente obtenido se multiplica por el numerador.

Ejemplo: Vamos a reducir a común denominador las fracciones:

$$\frac{1}{4} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{1}{8}$$

$$\text{m.c.m. (4, 5, 8) = 40}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 10}{40} = \frac{10}{40}; \quad \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 8}{40} = \frac{24}{40}; \quad \frac{1}{8} = \frac{1 \cdot 5}{40} = \frac{5}{40}$$

Las fracciones buscadas son:

$$\frac{10}{40} \quad \frac{24}{40} \quad \frac{5}{40}$$

1

Reduce a común denominador por el método del mínimo común múltiplo las siguientes fracciones.

$$\frac{2}{3}, \quad \frac{1}{2} \text{ y } \frac{4}{5}$$

$$\frac{4}{3}, \quad \frac{1}{8} \text{ y } \frac{8}{9}$$

$$\frac{2}{5}, \quad \frac{4}{7} \text{ y } \frac{1}{9}$$

$$\frac{3}{7}, \quad \frac{4}{9} \text{ y } \frac{1}{10}$$

SUMA Y RESTA DE FRACCIONES DE DISTINTO DENOMINADOR

- Para sumar fracciones de distinto denominador, se reducen las fracciones a común denominador; después se suman los numeradores y se deja el mismo denominador.

Ejemplo: $\frac{4}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{4 \cdot 6}{30} + \frac{1 \cdot 10}{30} + \frac{1 \cdot 15}{30} = \frac{49}{30}$

m.c.m. (5, 3, 2) = 30

- Para restar fracciones de distinto denominador, se reducen las fracciones a común denominador; después se restan los numeradores y se deja el mismo denominador:

Ejemplo: $\frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 4}{12} - \frac{1 \cdot 3}{12} = \frac{5}{12}$

m.c.m. (3, 4) = 12

1

Calcula las siguientes sumas de fracciones.

$$\frac{1}{5} + \frac{4}{3} + \frac{1}{2} =$$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{9} + \frac{3}{5} =$$

$$\frac{4}{7} + \frac{2}{4} + \frac{1}{8} =$$

$$\frac{3}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} =$$

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{4} + \frac{3}{16} =$$

2

Calcula las siguientes restas de fracciones.

$$\frac{4}{5} - \frac{1}{7} =$$

$$\frac{2}{3} - \frac{4}{7} =$$

$$\frac{3}{10} - \frac{1}{12} =$$

$$\frac{9}{15} - \frac{3}{8} =$$

3

Calcula las siguientes sumas y restas combinadas.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right) =$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8} \right) =$$

4

Juan y María mezclan café de Colombia, café de Brasil, café de Guinea y café de Venezuela en paquetes de 1 kg. Observa la fracción de kg que utilizan de cada tipo de café y calcula:

La fracción de kg que representa el café de Colombia utilizado en la mezcla A y en la mezcla B.



MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES

El producto de dos o más fracciones es otra fracción cuyo numerador es el producto de los numeradores y cuyo denominador es el producto de los denominadores.

Ejemplo: $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{4 \times 2 \times 1}{5 \times 3 \times 4} = \frac{8}{60}$

1

Calcula los siguientes productos de fracciones.

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{5} =$$

$$\frac{3}{7} \times \frac{2}{9} \times \frac{1}{8} =$$

$$\frac{1}{9} \times \frac{3}{11} \times \frac{4}{7} =$$

$$\frac{1}{8} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{9} =$$

$$\frac{4}{7} \times \frac{5}{6} \times \frac{9}{5} =$$

$$\frac{3}{2} \times \frac{9}{10} \times \frac{4}{6} =$$

2

Calcula.

$$\frac{1}{2} \text{ de } \frac{10}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{10}{3} = \frac{10}{6}$$

$$\frac{3}{4} \text{ de } \frac{2}{9} =$$

$$\frac{5}{7} \text{ de } \frac{9}{6} =$$

$$\frac{2}{3} \text{ de } 60 = \frac{2}{3} \times \frac{60}{1} = \frac{120}{3} = 40$$

$$\frac{3}{5} \text{ de } 90 =$$

$$\frac{4}{7} \text{ de } 490 =$$

DIVISIÓN DE FRACCIONES

Para dividir una fracción $\frac{a}{b}$ por otra fracción $\frac{c}{d}$, se multiplica la fracción $\frac{a}{b}$ por la fracción inversa de $\frac{c}{d}$ ($\frac{c}{d}$ **Inversa** $\frac{d}{c}$), o lo que es lo mismo, se multiplican en cruz los términos de las fracciones $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times c}$.

Ejemplo:

$$\frac{4}{5} : \frac{3}{8} = \frac{4 \times 8}{5 \times 3} = \frac{32}{15}$$

1

Calcula las siguientes divisiones de fracciones.

$$\frac{3}{7} : \frac{2}{8} =$$

$$\frac{4}{5} : \frac{3}{7} =$$

$$\frac{9}{12} : \frac{7}{5} =$$

$$\frac{4}{11} : \frac{3}{16} =$$

$$\frac{7}{9} : \frac{2}{12} =$$

$$\frac{4}{17} : \frac{3}{16} =$$

2

Observa el ejemplo resuelto y calcula de este modo los restantes.

$$\frac{4}{5} \text{ de } x = \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{1}{2} : \frac{4}{5} = \frac{1 \times 5}{2 \times 4} = \frac{5}{8}$$

Ejemplo

$$\frac{2}{3} \text{ de } x = \frac{3}{8} \rightarrow x =$$

$$\frac{3}{11} \text{ de } x = \frac{7}{12} \rightarrow x =$$

$$\frac{5}{10} \text{ de } x = 30 \rightarrow x = \frac{30}{1} : \frac{5}{10} =$$

$$\frac{6}{12} \text{ de } x = 48 \rightarrow x =$$

PROBLEMAS DE FRACCIONES

1

Un ciclista ha estado corriendo durante tres horas. En la primera hora, ha recorrido los $\frac{5}{18}$ de un trayecto; en la segunda hora, ha recorrido los $\frac{7}{25}$ del trayecto, y en la tercera hora, ha recorrido los $\frac{11}{45}$ del trayecto. Calcula:

- La fracción del total del trayecto que ha recorrido en las tres horas.
- La fracción del trayecto que le queda por recorrer.
- Los kilómetros recorridos en las tres horas, si el trayecto es de 450 km.

2

Un depósito estaba lleno de agua. Primero, se sacaron $\frac{5}{8}$ de su contenido y después se sacó $\frac{1}{6}$ del agua que quedó en el depósito. Calcula:

- La fracción de contenido que quedó después de sacar los $\frac{5}{8}$ del contenido.
- La fracción de contenido que quedó después de sacar $\frac{1}{6}$ del agua que quedaba.
- Los litros de agua que quedaron en el depósito, si el depósito contenía 120 litros de agua.

3

En la estantería A hay 60 botellas de $\frac{3}{4}$ de litro cada una y en la estantería B hay 120 botellas de $\frac{1}{4}$ de litro cada una. Calcula:

a) Los litros que contienen las botellas de cada estantería.

b) El número de botellas de $\frac{1}{5}$ de litro que se llenan con 75 litros.

4

Un bidón contiene 600 litros de leche. La mitad se envasa en botellas de $\frac{1}{3}$ de litro; 200 litros se envasan en botellas de $\frac{1}{4}$ de litro, y el resto de la leche se envasa en botellas de $\frac{1}{2}$ de litro. Calcula:

a) El número de botellas de $\frac{1}{3}$ de litro que se llenan.

b) El número de botellas de $\frac{1}{4}$ de litro que se llenan.

c) El número de botellas de $\frac{1}{2}$ de litro que se llenan.

5

Un peatón ha andado 4 km en $\frac{2}{3}$ de hora.

¿Cuántos kilómetros andará en 1 hora?

6

Un pueblo tiene 3.000 habitantes. Los $\frac{19}{50}$ de los habitantes tienen menos de 20 años y los $\frac{7}{60}$ de los habitantes tienen entre 20 y 30 años. Calcula:

a) El número de habitantes con menos de 20 años que tiene el pueblo.

b) El número de habitantes entre 20 y 30 años que tiene el pueblo.

c) La fracción del total de habitantes que tiene menos de 30 años.

7

Una finca tiene una superficie de 2.016 m². Los $\frac{16}{63}$ de la finca están sembrados de trigo, los $\frac{35}{48}$ de la finca están sembrados de cebada y el resto está sin sembrar. Calcula:

a) La fracción de superficie que está sembrada.

b) La fracción de superficie que está sin sembrar.

c) Los metros cuadrados que hay sembrados y los metros cuadrados que hay sin sembrar.

8

En un concurso de dibujo se presentaron 90 participantes; $\frac{1}{18}$ de los participantes obtuvieron como premio una bicicleta; $\frac{1}{9}$ de los participantes obtuvieron como premio un juego, y el resto de los participantes obtuvieron un cuento. Calcula:

a) La fracción de participantes que obtuvieron un cuento.

b) El número de participantes que obtuvieron cada premio.

7

Un comerciante tiene 120 kilos de café. Ha envasado 40 bolsas de $\frac{1}{2}$ de kilo cada una, 28 bolsas de $\frac{3}{4}$ de kilo cada una y 20 bolsas de $\frac{3}{2}$ de kilo cada una. Calcula:

a) Los kilos de café que ha empleado para envasar las bolsas de $\frac{1}{2}$ de kilo.

b) Los kilos de café que ha empleado para envasar las bolsas de $\frac{3}{4}$ de kilo.

c) Los kilos de café que ha empleado para envasar las bolsas de $\frac{3}{2}$ de kilo.

d) El número de kilos de café que le quedan todavía por envasar.